Universidad del Atlántico
MATUA
Facultad de Ciencias Básicas
©Programa de matemáticas
Vol 10 | No 1 (2023) p34-43

Research Article

Un Enfoque Experimental Del Número Beta (β)

An Experimental Approach To The Beta Number (Β)

[1]Jose Del Carmen Mercad – Betancourt

Abstract.
This article presents an experimental and analytical study of the relationship between the circumference measurement and the side of the inscribed square. Dynamic geometry tools were used to perform a series of experiments with circles of different sizes and their corresponding inscribed squares. The data collected revealed interesting patterns and trends that were explored in detail.
Through an analytical and statistical approach, a mathematical model was derived that precisely relates the circumference measurement to the side length of the inscribed square. This model has the potential to enrich our understanding of geometry and contribute to the development of practical applications in various fields.
Keywords. Circumference, inscribed polygon, Cabri, Spss, linear variation, simple linear regression model.

Resumen. Este artículo presenta un estudio experimental y analítico de la relación entre la medida de la circunferencia y el lado del cuadrado inscrito. Se utilizaron herramientas de geometría dinámica para realizar una serie de experimentos con círculos de diferentes tamaños y sus cuadrados inscritos correspondientes. Los datos recopilados revelaron patrones interesantes y tendencias que se exploraron detalladamente.
A través de un enfoque analítico y estadístico, se derivó un modelo matemático que relaciona de manera precisa la medida de la circunferencia con la longitud del lado del cuadrado inscrito. Este modelo tiene el potencial de enriquecer nuestra comprensión de la geometría y contribuir al desarrollo de aplicaciones prácticas en diversos campos.

Palabras clave. Circunferencia, polígono inscrito, Cabri, Spss, variación lineal, modelo de regresión lineal simple.

Date: Received: 05 09 2023; Accepted: 03 12 2023.
Author https://orcid.org/0000-0002-4023-2434.

1. Introducción:

La geometría es una de las ramas fundamentales de las matemáticas que ha fascinado a la humanidad a lo largo de la historia por su belleza y sencillez. En este contexto, nuestro artículo está dedicado a un interesante estudio experimental y analítico que explora la relación entre las medidas circunferenciales y la medida del lado del cuadrado inscrito. Utilizando herramientas de geometría dinámica, realizamos una serie de experimentos rigurosos en círculos y sus correspondientes cuadrados de varios tamaños. Los datos obtenidos de este experimento revelaron patrones sorprendentes y tendencias interesantes que requieren más investigación. Sin embargo, nuestro enfoque no se limita a la observación y descripción de estos fenómenos geométricos. Utilizando un riguroso análisis analítico y estadístico, derivamos un modelo matemático que relaciona con precisión las medidas de la circunferencia con las longitudes de los lados del cuadrado inscrito. Este modelo no sólo enriquece nuestra comprensión de la geometría, sino que también tiene implicaciones potenciales para el desarrollo de aplicaciones prácticas en una variedad de campos.
En este artículo, presentaremos los resultados de nuestra investigación, por consiguiente, se discute cómo encontrar el número beta (β) usando la relación entre el tamaño del perímetro dibujado de la circunferencia y el tamaño del lado del cuadrado inscrito, y veremos en detalle el proceso de encontrar un modelo matemático. Por regresión lineal simple analizado con la herramienta SPSS, conceptos básicos de transformaciones lineales y modelos de regresión lineal simples se combinan para brindar una descripción general completa de estas aplicaciones matemáticas con nuevas tecnologías.

*2.*Metodología

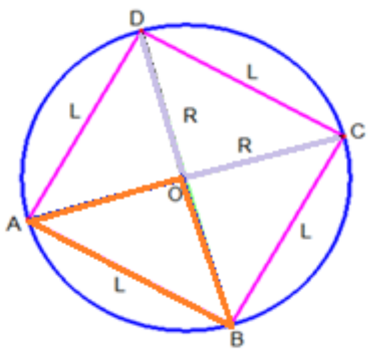
A continuación, se muestra cómo hallar el número β. Mediante la relación entre la medida de longitud de la circunferencia entre la medida del lado del cuadrado inscrito en la circunferencia.

Circunferencia y cuadrilátero.

Definición. Un cuadrilátero está inscrito en una circunferencia si los vértices del cuadrilátero están en la circunferencia y los lados son cuerda de la circunferencia.

Lado del cuadrado. Sea el cuadrado ABCD, inscrito en una circunferencia. Figura 1

Figura 1
Cuadrado inscrito en una circunferencia



En el triángulo AOB $AB^2 = OA^2 + OB^2$ ecu. 1, Como $AB = L$ ecu. 2 y $OA = OB = R$ ecu. 3, entonces sustituyendo ecu 2 y ecu. 3 en ecu. 1, tenemos:

$L^2 = R^2 + R^2$

$L^2 = 2\ R^2$

$L = \sqrt{2R^2}$

$L = \ \sqrt{2}\,R$ (longitud del lado del cuadrado inscrito en la circunferencia en función del radio de la circunferencia).

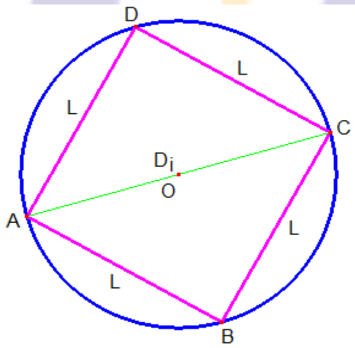
El Numero Irracional Beta (B)

Sea C la longitud de la circunferencia y ABCD el cuadrado inscrito en la circunferencia de tal manera que el número β, es igual a la relación entre la longitud de la circunferencia C y la medida del lado del cuadrado inscrito.

$$\beta = \frac{C}{L}$$

Para obtener el valor geométrico de β tenemos:
Sea D_i la diagonal del cuadrado ABCD la cual representa el diámetro de la circunferencia, figura 2.

Figura 2
Diagonal del cuadrado ABCD



Entonces la relación entre la medida de la circunferencia y la diagonal del cuadrado inscrito ABCD está dada por:

$$\frac{C}{\mathrm{Di}} = \pi$$

Entonces tenemos:

$C = \pi\mathrm{Di}$

$C = \pi 2\mathrm{R}$ ecu. 4

Como $L = \ \sqrt{2}\,R \ \Rightarrow R = \frac{L}{\sqrt{2}} \ \Rightarrow R = \ \frac{\sqrt{2}}{2}L$

Reemplazamos en acu. 4 tenemos:

$$C = \pi 2\mathrm{R} \ \Rightarrow \mathrm{C} = \frac{\pi 2\sqrt{2}}{2}L \ \Rightarrow$$

$C = \ \pi\sqrt{2}\,L$ ecu. 5

Ecuación de la circunferencia en función del lado del cuadrado inscrito.

Entonces el valor del número β está dado por la multiplicación del número irracional $\sqrt{2}$ y el numero irracional π , con valor aproximado de:

β = 4,442882938…

entonces la ecuación de la circunferencia en función del parámetro β está dada por:

$$C = \beta L$$

Teorema. El número irracional β puede expresarse como el producto de dos números irracionales.

Demostración:
Sean $\frac{C}{L} = \beta \wedge \frac{C}{Di} = \pi \Rightarrow c = \pi Di$

Remplazando C de ecu. 5 tenemos:

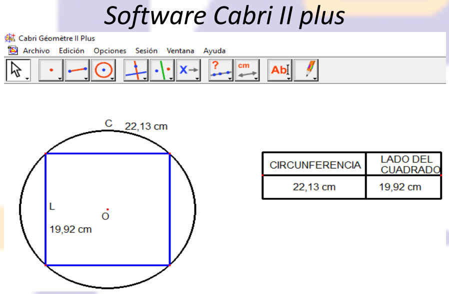
$$\frac{C}{L} = \beta \Rightarrow \frac{\pi Di}{l} = \beta \Rightarrow \frac{\pi\sqrt{2}}{l} l = \beta$$

Entonces $\beta = \pi\sqrt{2}$

Software de geometría dinámica Cabri II Plus. Cabri Geometry II Plus es una herramienta de última tecnología para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, herramienta informática facilita la construcción de figuras, Cabri permite obtener cálculos y trazos con una gran precisión, así como una exactitud en la construcción de las figuras.

Para hallar el modelo matemático utilizamos para la recolección de los datos el software Cabri II plus. Tomando 24 medidas de la circunferencia con la respectiva medida del lado del cuadrado inscrito en la circunferencia.

Figura 3
Software Cabri II plus

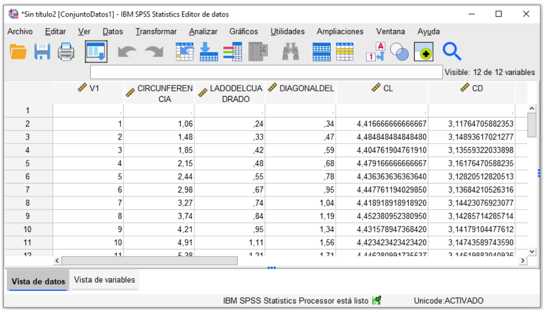


Nota: medida de la longitud de la circunferencia y medida del lado del cuadrado inscrito en la circunferencia mediante el software Cabri II plus.

Software Estadístico Spss. SPSS, también conocido como IBM SPSS Statistics, son las siglas de "Statistical Package for the Social Sciences" que significa Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales. el análisis estadístico SPSS se usa mucho para el análisis y la captura de datos en gráficos y tablas que son de data compleja.
El SPSS de IBM permite usar estadísticas avanzadas, entre muchas otras funciones que son más básicas. Entre sus principales usos, se pueden destacar las frecuencias, tabulaciones cruzadas, estadísticas de variables dobles como las pruebas ANOVA y T y, finalmente, modelos lineales y no lineales.

Figura 4

Software estadístico SPSS



	V1	CIRCUNFERENCIA	LADODELCUADRADO	DIAGONALDEL	CL	CD
1	.	.	.	.	.	.
2	1	1,06	,24	,34	4,416666666666667	3,11764705882353
3	2	1,48	,33	,47	4,484848484848480	3,14893617021277
4	3	1,85	,42	,59	4,404761904761910	3,13559322033898
5	4	2,15	,48	,68	4,479166666666667	3,16176470588235
6	5	2,44	,55	,78	4,436363636363640	3,12820512820513
7	6	2,98	,67	,95	4,447761194029850	3,13684210526316
8	7	3,27	,74	1,04	4,418918918918920	3,14423076923077
9	8	3,74	,84	1,19	4,452380952380950	3,14285714285714
10	9	4,21	,95	1,34	4,431578947368420	3,14179104477612
11	10	4,91	1,11	1,56	4,423423423423420	3,14743589743590

Nota: vista de datos del software estadístico SPSS.

Para el análisis de los datos experimentales entre la relación de la medida de la circunferencia y el lado del cuadrado inscrito se utiliza el programa estadístico Spss, el cual nos permite hallar el modelo matemático de la variación lineal entre las variables utilizando regresión lineal.

Variación Lineal. Una variación lineal es una relación entre dos variables que se puede representar mediante una línea recta. En otras palabras, es una relación entre dos cantidades que cambia de forma constante a medida que cambia una de las cantidades.

La fórmula de la variación lineal es:

$$y = mx + b$$

donde:

- y es la variable dependiente
- x es la variable independiente
- m es la pendiente de la línea recta
- b es la intersección de la línea recta con el eje y

La pendiente de la línea recta, m, determina la tasa de cambio de la variable dependiente con respecto a la variable independiente. Si la pendiente es positiva, la variable dependiente aumenta a medida que aumenta la variable independiente. Si la pendiente es negativa, la variable dependiente disminuye a medida que aumenta la variable independiente. Si la pendiente es cero, la variable dependiente no cambia a medida que aumenta la variable independiente.

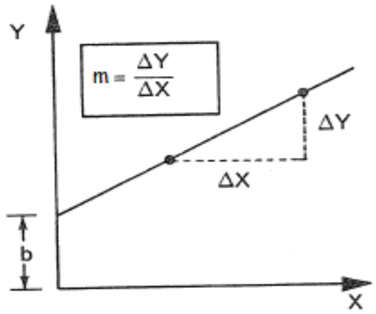
La intersección de la línea recta con el eje y, b, determina el valor de la variable dependiente cuando la variable independiente es cero.

Representación gráfica de la variación lineal:

La variación lineal se puede representar gráficamente mediante un gráfico de dispersión. En un gráfico de dispersión, cada punto representa un par de valores de las variables x e y. Si los puntos se encuentran alineados en una línea recta, entonces existe una variación lineal entre las dos variables. Figura 5.

Figura 5

Grafica de la variación lineal



Nota: cuando tenemos una variación lineal la gráfica de $y = mx + b$ es una línea recta que no pasa por el origen. Tomado de (Alvarenga & Máximo, 1999).

Modelo de regresión lineal simple. Los modelos matemáticos se pueden utilizar para modelar la relación entre dos variables. La regresión lineal es un tipo de modelo matemático que se utiliza para modelar la relación entre dos variables cuantitativas.

La regresión lineal se puede utilizar para construir un modelo matemático que represente la relación entre dos variables. El modelo matemático se puede utilizar para predecir el valor de una variable en función del valor de otra variable.

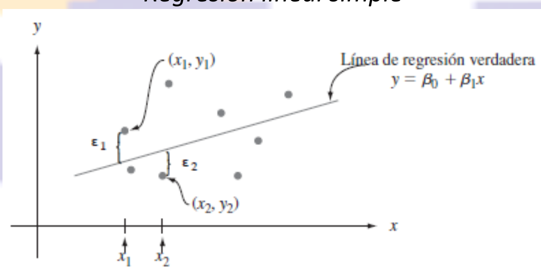
En el modelo de regresión lineal simple existen parámetros β_0, $\beta \wedge \sigma^2$ de tal manera que con cualquier valor fijo de la variable independiente *x*, la variable dependiente está relacionada con *x* mediante la ecuación de modelo

$$y = \beta_0 + \beta x + \xi$$

La cantidad ξ en la ecuación de modelo de una variable determinista que se supone que está normalizada distribuida con E(ξ) =0 ^ V(ξ) = σ^2. La variable ξ se conoce como el termino error o desviación determinista en el modelo. Sin ξ, cualquier par observado (*x* , *y*) correspondería a un punto que queda exactamente sobre la línea $y = \beta_0 + \beta x$, llamada línea de regresión verdadera. Figura 6.

Figura 6

Regresión lineal simple



Nota: puntos correspondientes a observaciones del modelo de regresión lineal simple. Tomado de (Devore, 2008).

3. Resultados y análisis:

Para un desarrollo pertinente del estudio se utilizó el software Cabri II plus para tomar las medidas de la circunferencia en cm y la medida de la longitud del lado del cuadrado inscrito en la circunferencia en cm y el software estadístico SPSS para realizar el estudio del modelo matemático mediante la regresión línea simple, para realizar el análisis de datos se realizaron 24 medidas de las variables perímetro de la circunferencia y la medida del lado inscrito. Tabla 1.

Tabla 1

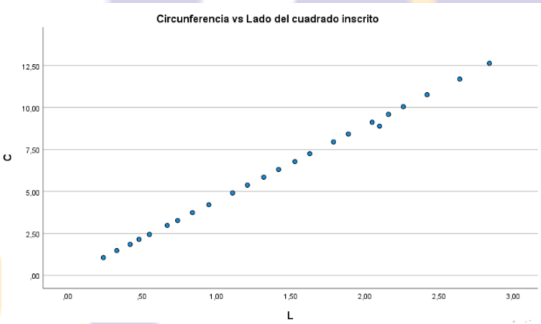
Datos experimentales

A	B	C	D	E
	CIRCUNFERENCIA C	LADO INSCRITO	DIAGONAL DEL CUADRADO INS	C/L
1	1,06	0,24	0,34	4,416666666666670
2	1,48	0,33	0,47	4,484848484848480
3	1,85	0,42	0,59	4,404761904761910
4	2,15	0,48	0,68	4,479166666666670
5	2,44	0,55	0,78	4,436363636363640
6	2,98	0,67	0,95	4,447761194029850
7	3,27	0,74	1,04	4,418918918918920
8	3,74	0,84	1,19	4,452380952380950
9	4,21	0,95	1,34	4,431578947368420
10	4,91	1,11	1,56	4,423423423423420
11	5,38	1,21	1,71	4,446280991735540
12	5,85	1,32	1,86	4,431818181818180
13	6,31	1,42	2,01	4,443661971830990
14	6,78	1,53	2,16	4,431372549019610
15	7,25	1,63	2,31	4,447852760736200
16	7,95	1,79	2,53	4,441340782122910
17	8,42	1,89	2,68	4,455026455026450
18	8,89	2,1	2,83	4,233333333333330
19	9,12	2,05	2,9	4,448780487804880
20	9,59	2,16	3,05	4,439814814814810
21	10,05	2,26	3,2	4,446902654867260
22	10,76	2,42	3,42	4,446280991735540
23	11,69	2,64	3,72	4,428030303030300
24	12,63	2,84	4,02	4,447183098591550

Nota: Datos obtenidos mediante el software Cabri II plus.

Grafico 1

Gráfico de dispersión de las variables



Nota: gráfico de dispersión de los datos experimentales obtenido de las variables. Realizado en el software SPSS.

Primero analizamos si los datos obtenido de las variables siguen una distribución normal, hipótesis:
H_0: los datos de las variables siguen una distribución normal.
H_1: los datos de las variables no siguen una distribución normal.

Realizamos una prueba de normalidad en SPSS. Tabla 2.

Tabla 2

Prueba de normalización de los datos

Pruebas de normalidad

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
C	,095	24	,200*	,958	24	,406
L	,097	24	,200*	,957	24	,375

Nota: prueba de normalidad de las variables. Realizado en el software SPSS.

Para los 24 datos experimentales analizados en SPSS aplicamos la prueba de Shapiro-Wilk, como la significancia es mayor a 0,05 en ambas variables entonces aceptamos la hipótesis nula, que dice los datos de las variables siguen una distribución normal. Por lo tanto, analizamos los estadísticos paramétricos.

Tabla 3

Resumen del modelo

Resumen del modelo

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado ajustado	Error estándar de la estimación	Cambio en R cuadrado	Cambio en F	gl1	gl2	Sig. Cambio en F
					Estadísticos de cambio				
1	1,000[a]	,999	,999	,09114	,999	32890,858	1	22	<,001

a. Predictores: (Constante), L

Nota: la tabla muestra el coeficiente de determinación R^2 y el coeficiente de correlación múltiple R.

Analizando los estadísticos encontrados en la tabla podemos observar que el coeficiente de determinación en de 0,999 esto nos indica que el 99,9% de la variable longitud de la circunferencia(C) queda explicada por la variable longitud de la medida del lado(L) del cuadrado inscrito en la circunferencia, como el coeficiente de correlación múltiple R tiene un valor de 0,999 esto nos indica que existe un alto grado de correlación entres las variables en estudio.

Tabla 4

Tabla de ANOVA

ANOVA[a]

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	273,199	1	273,199	32890,858	<,001[b]
	Residuo	,183	22	,008		
	Total	273,382	23			

a. Variable dependiente: C

b. Predictores: (Constante), L

H_0: R = 0; H_a: R >0

En la tabla de ANOVA podemos observar el valor de F es muy grande (32890.858) y el valor p es muy bajo (0.001), podemos concluir que hay evidencia estadística sólida para rechazar la hipótesis nula. La hipótesis nula en ANOVA nos indica que no hay diferencias significativas entre los variables. Por lo tanto, en este caso, podemos concluir que al menos una variable tiene una media significativamente diferente. y la probabilidad de que estas diferencias sean aleatorias es extremadamente baja y las variables están linealmente relacionadas.

Modelo matemático

Para hallar el modelo matemático de la variación de la medida de la circunferencia y la medida del lado del cuadrado inscrito analizamos de SPSS la tabla de coeficientes.

Tabla 5

Tabla de coeficientes

Coeficientes[a]

Modelo		Coeficientes no estandarizados B	Coeficientes no estandarizados Desv. Error	Coeficientes estandarizados Beta	t	Sig.
1	(Constante)	,010	,039		,260	,798
	L	4,421	,024	1,000	181,358	<,001

a. Variable dependiente: C

La tabla muestra los coeficientes de la recta de regresión. El coeficiente correspondiente a la constante origen de la recta de regresión β_0 = 0,010. El coeficiente correspondiente a la medida del lado del cuadrado inscrito es la pendiente de la recta de regresión β = 4,421 indica el cambio medio que corresponde a la variable dependiente (medida de la circunferencia C) por cada medida de cambio de la variable independiente (lado del cuadrado inscrito L).

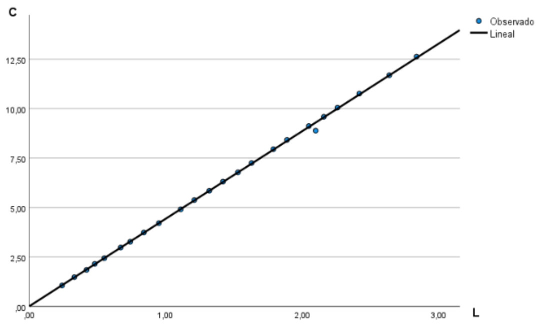
Con todo lo anterior el modelo matemático de regresión queda de la siguiente manera:

$$C = 0{,}010 + 4{,}421L$$

Donde 4,421 ≈ Numero Beta y la gráfica del mejor ajuste se muestra a continuación en el grafico 2.

Grafico 2

Gráfica de la recta del mejor ajuste



Nota: Grafica de los puntos observado y pronosticado de las variables en estudio. Realizado en SPSS.

Del resultado se interpretan la relación entre la medida de la circunferencia y la medida del lado del cuadrado inscrito en la circunferencia como un modelo geométrico de la forma y = kx en la cual vemos que la constante de proporcionalidad k obtenida no es otra cosa que el número β medido con exactitud mediante el software Cabri II plus.

Conclusiones

En conclusión, los resultados de este estudio nos brindan una comprensión más profunda de la relación entre las medidas del perímetro y los lados de los rectángulos inscritos. A través de una experimentación cuidadosa y un análisis cuidadoso, encontramos que esta relación se puede expresar con precisión mediante la ecuación C = 0,010 + 4,421L. Aquí C es el perímetro y L es la longitud de un lado del cuadrado inscrito.

El valor beta obtenido (β), igual a 4,442882938, muestra la relación entre estos dos elementos geométricos y es cercano a 4,421, lo que refuerza la robustez del modelo matemático. Este modelo no sólo contribuye a nuestra comprensión de la geometría, sino que también tiene aplicaciones potenciales en una variedad de campos, desde la ingeniería hasta la física y la arquitectura.

Este estudio representa un paso adelante en el estudio de la geometría y demuestra que una combinación de experimentos, análisis estadístico y modelos matemáticos puede proporcionar una imagen clara de los fenómenos que nos rodean. Esperamos que este artículo inspire a otros investigadores a explorar más profundamente las interrelaciones entre las formas geométricas y utilizar este conocimiento para resolver problemas del mundo real.

En última instancia, nuestra investigación refleja la idea de que las matemáticas no son sólo un campo abstracto, sino una poderosa herramienta que ilumina el mundo que nos rodea y abre nuevas vías de conocimiento y aplicación. Estamos entusiasmados de explorar las posibilidades futuras de este modelo y esperamos que este estudio sirva como punto de partida para futuras investigaciones en esta área.

Referencias

[1] Spiegel, M. R. (2001). *Probabilidad y estadística - 2 edición*. McGraw-Hill Companies.

[2] Baldor, A. (2020). Geometría Y trigonometría - Baldor (4th ed.). Patria.

[3] Moise, & Downs. (2008). *Geometry*. Pearson Education.

[4] Alvarenga, B., & Máximo, A. (1999). Física general - experimentos sencillos 4 edición. Turtleback Books.

[5] Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias Séptima edición Jay L. (n.d.). Devore.

[6] Spss, E. P. (n.d.). Capítulo 1 «Estructura del SPSS». Www.Um.Es. Retrieved October 23, 2023, from https://www.um.es/docencia/pguardio/documentos/spss_1.pdf

[7] La Cruz, A. J. [@seosoluciones]. (2023, May 16). *4 | Análisis de Regresión Lineal Simple en SPSS |*. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=ZWsyGm_KW5A

[8] Castiblanco, C., & Fernando, C. (2012). *Algunos ambientes con cabri geometry II plus, para la enseñanza de la semejanza de figuras planas*.

[9] Introducción, 9. 1. (n.d.). *Capítulo 9. Regresión lineal simple*. Ujaen.Es. Retrieved October 23, 2023, from https://www4.ujaen.es/~dmontoro/Metodos/Tema%209.pdf

[10]Castañeda, G. N. [@georginanieto7982]. (2021, November 20). *Modelos matemáticos a partir de datos experimentales*. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=nGvciaYHhnI

[11]BIOESTADISTICO [@bioestadistico]. (2015, September 11). *15. Regresión lineal simple | Curso de SPSS*. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=VpPTwFZCR50

[12] Vargas, A. [@alexvargas2898]. (2015, June 8). *Tutorial Cabri II Plus*. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=KiP53bYCmWg

[1] *Jose Del Carmen Mercado-Betancourt*
Email address: mb.courth@gmail.com