

# Determinación de los valores de la velocidad y aceleración, utilizando el método de los mínimos cuadrados a partir de datos obtenidos del GLX XPLOER del laboratorio de la Universidad de la Guajira

Determination of the values of the speed and acceleration, using the method of the Least Squares obtained from the GLX XPLOER of the laboratory of the Universidad de la Guajira

Eder ALFARO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de ingeniería, Universidad de la Guajira, Colombia

email: ealfaro@uniguajira.edu.co

Cesar MAESTRE<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Facultad de ingeniería, Universidad de la Guajira, Colombia

email: cdmaestre@uniguajira.edu.co

Francisco RACEDO<sup>3</sup>

<sup>3</sup>. Facultad de Ciencias Básicas, Universidad del Atlántico

email: fran@mail.uniatlantico.edu.co

*Recibido:30/09/2015 - Aceptado:12/11/2015*

---

## Resumen

Uno de los temas de gran interés para las ciencias experimentales es encontrar el modelamiento matemático que describa el fenómeno que se estudia, por tal razón en este trabajo se muestra la función matemática que describe la posición en función del tiempo para el montaje de un plano inclinado, donde se utilizó el método de los mínimos cuadrados, con esta función obtenida se puede determinar la velocidad y aceleración tal como lo reporta la literatura. Los datos para las estimaciones fueron obtenidos por el GLX XPLOER, el cual tiene un sensor de movimiento conectado para la lectura de la posición y tiempo, además este dispositivo permite determinar la aceleración y velocidad con alta precisión.

**Palabras claves:** GLX XPLOER, mínimos cuadrados, aceleración, velocidad.

---

### Abstract

One topic of great interest para experimental sciences is to find the mathematical model describing the phenomenon under study, for that reason in this work the mathematical function describing the position versus time for the assembly of the plan displays inclined Where used the method of least squares, obtained with this function can be determined speed and acceleration as reported such literature. Were the data for the estimates obtained by the GLX XPLORE, which has a motion sensor connected to the reading position and time, this device also allows to determine the acceleration and speed with high precision.

**Keywords:** GLX XPLORE, least squares, acceleration, speed.

## 1. Introducción

Unos de los primeros físicos matemáticos en explicar unos fenómenos a partir de un modelamiento matemático fue Isaac Newton [1]. A partir de sus descubrimientos las ciencias experimentales han tenido un gran interés en buscar una explicación de un fenómeno, utilizando las bases matemáticas como herramienta para desarrollar formulas o ecuaciones matemáticas, que permitan hacer deducciones de algunos parámetros en interés.

El desarrollo de los mínimos cuadrados es una herramienta metamatemática para hacer estimaciones y busca encontrar el mejor ajuste a una curva, la cual relaciona dos variables; variable independiente y variable dependiente, además intenta buscar una función continua, dentro de una familia de curvas establecidas, que mejor se aproxime a los datos, según el criterio de mínimo error cuadrático[2].

## 2. Aspectos teóricos de los mínimos cuadrados

En el desarrollo de este trabajo nos interesa ajustar un polinomio de segundo grado, debido al comportamiento de los datos, el cual describe la forma de una parábola ver figura 1.

La ecuación que nos interesa ajustar se describe de la siguiente manera:

$$x(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 \quad (2.1)$$

Donde  $x$  representa la posición,  $t$  el tiempo y  $a_0, a_1$  y  $a_2$  las constantes por encontrar, y según el criterio de los mínimos cuadrados para un polinomio de segundo grado, se procede a desarrollar un sistema de ecuaciones como se muestra a continuación.

$$na_0 + (\sum t_i)a_1 + (\sum t_i^2)a_2 = \sum x_i \quad (2.2)$$

$$(\sum t_i)a_0 + (\sum t_i^2)a_1 + (\sum t_i^3)a_2 = \sum t_i x_i \quad (2.3)$$

$$(\sum t_i^2)a_0 + (\sum t_i^3)a_1 + (\sum t_i^4)a_2 = \sum t_i^2 x_i \quad (2.4)$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones nos permite encontrar las constantes  $a_0, a_1$  y  $a_2$  que permiten dar información suficiente para determinar la aceleración y velocidad a partir de las ecuaciones que rigen la cinemática [3]. Las cuales son las siguientes:

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (2.5)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t) = v_0 + at \quad (2.6)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = a(t) = a \quad (2.7)$$

De las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.7)  $x_0$  representa la posición inicial de la partícula,  $v_0$  la rapidez inicial de la partícula y a la aceleración de la partícula, haciendo una comparación entre los coeficientes de la ecuación (2.1) con la ecuación (2.6) se pueden determinar la posición inicial de la partícula, la rapidez inicial de la partícula y la aceleración que lleva la partícula. A partir de estos valores encontrados, se pueden hacer estimaciones de la velocidad para cualquier instante e igual que la aceleración.

Cabe resaltar que para llevar acabo la aplicación de los mínimos cuadrados para un polinomio de segundo grado, debe calcularse el coeficiente de correlación,  $r$ , entre estas dos variables el cual se expresa de la siguiente manera:

$$r = \frac{n \sum t_i x_i - (\sum t_i)(\sum x_i)}{\sqrt{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \quad (2.8)$$

### 3. 3. Análisis y discusión

Los datos que se muestran en la siguiente tabla 1, son obtenidos del montaje de un plano inclinado a través del GLX XPLOER que se encuentra en las instalaciones del laboratorio de la universidad de La Guajira, estos datos corresponden a la variable dependiente que es la posición de la partícula, la cual la representamos con  $x_0$  y  $t$  la variable independiente de tiempo.

x(m)	0.09	0.15	0.22	0.3	0.4	0.5	0.62	0.76	0.9	1.05	1.22	1.41	1.3
t(s)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2

Tabla 1: Datos experimentales obtenidos del GLX XPLORE

Con estos datos de la tabla 1, se aplican las condiciones que establecen las ecuaciones de la (2.3) a la (2.4) y se resuelven los sistemas de ecuaciones para encontrar las constantes  $a_0, a_1$  y  $a_2$ , el cual nos permite determinar la posición inicial de la partícula, la rapidez inicial de la partícula y la aceleración de la misma.

La posición en función del tiempo encontrada utilizando los mínimos cuadrados para polinomio de segundo grado se muestra en la ecuación (3.1):

$$x(t) = 0,0922 + 0,5162t + 0,6169t^2 \quad (3.1)$$

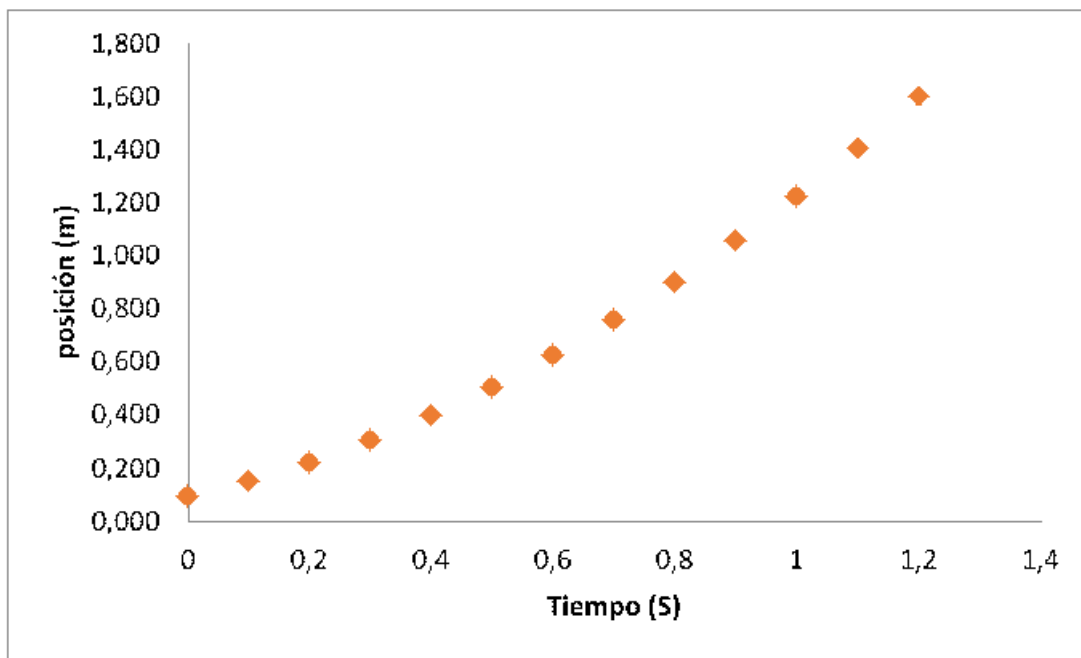


Figura 1: Resultados obtenidos al graficar los datos obtenidos con el GLX EXPLORER de la posición y tiempo de un objeto moviéndose en un plano inclinado

De esta ecuación (3.1) se puede determinar  $x_0$ ,  $v_0$  y  $a$  basado en las comparaciones de la ecuación (2.6) dando como resultado los siguientes valores:

$$x_0 = 0,0922m \quad v_0 = 0,5162 \frac{m}{s} \quad a = 1,2338 \frac{m}{s^2}$$

Estos datos tienen mucha similitud a los reportados por el GLX XPLORE para el mismo experimento. Además con el valor de la aceleración encontrada se puede hacer un estimativo para la gravedad, partiendo que el experimento se realizó para el plano inclinado a un ángulo aproximado de  $7.2^\circ$  con respecto al horizontal y considerando que la fricción entre la partícula y el plano es mínima. La ecuación que nos permite encontrar este valor es la que reporta la literatura la cual está dada de la siguiente manera:

$$a = g \sin \theta \tag{3.2}$$

Despejando la gravedad  $g$ , de la ecuación (3.2) y remplazar los valores necesario para la ecuación encontramos que:  $g = 9,84 \frac{m}{s^2}$

Este valor es el que reporta la literatura calculado sobre el nivel del mar [4,5]. Y es exactamente para nuestro caso.

#### 4. Análisis y Conclusiones

Al aplicar el método de los mínimos cuadrados, se logró determinar las estimaciones para la velocidad y aceleración, para el caso de un movimiento de un objeto sobre un plano inclinado. Este método se encuentra en mucha concordancia con los datos obtenidos con el GLX XPLORE, esto indica que es un dispositivo que se

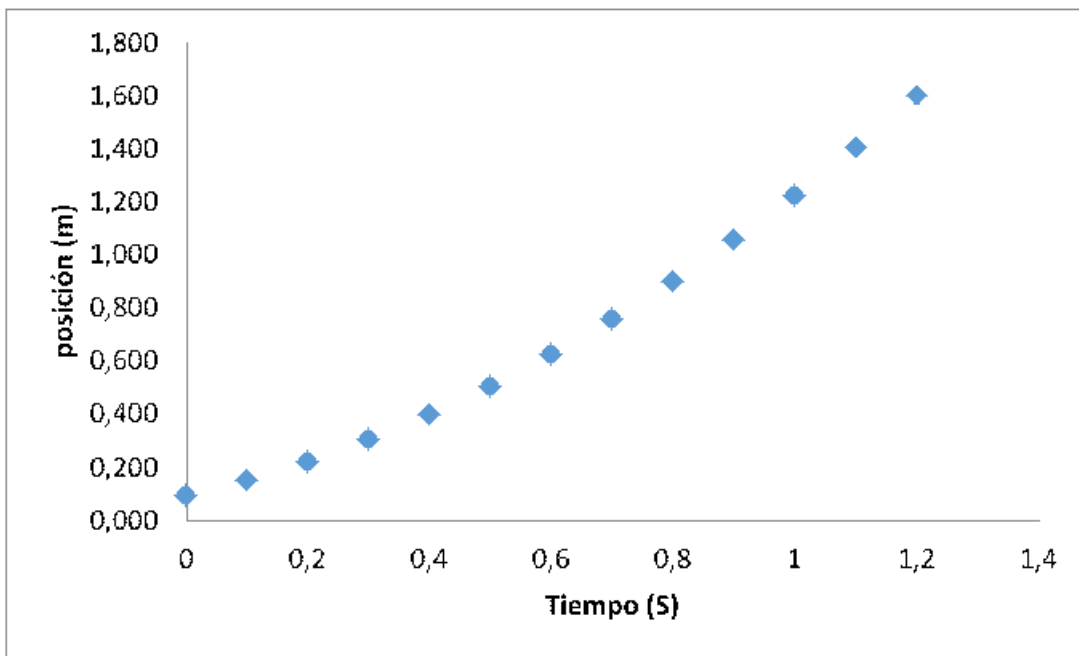


Figura 2: Posición en función del tiempo, utilizando el método de los mínimos cuadrados

encuentra bien calibrado y por lo tanto presenta una muy buena precisión para realizar medidas de posición y aceleración, a continuación se presenta un gráfico comparativo entre los datos obtenidos, por el método de los mínimos cuadrados y por los datos arrojados por el GLX EXPLORER

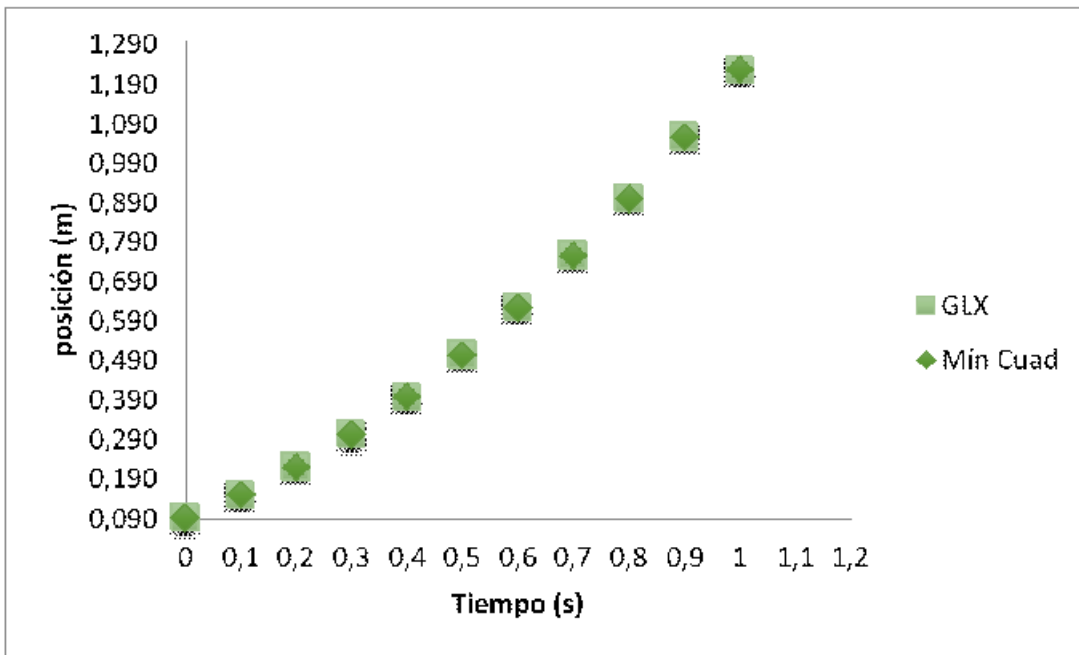


Figura 3: Análisis comparativo de los gráficos del GLX EXPLORER y los resultados obtenidos por mínimos cuadrados

Del gráfico 3 cabe resaltar que ambos métodos utilizados, tanto teórico como experimental llegan a los mismos resultados, lo que permite considerar el GLX EXPLORER como un excelente dispositivo de medición con alta

precisión.

## Referencias

- [1] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale. *Métodos Numéricos Para Ingenieros*. 5ta edición, 2007, McGRAW-HILL/Interamericana Editores, S.A.
- [2] Feingold, Mordechai. Barrow, Isaac (2004), *Oxford of National Biography*, Oxford University Press.
- [3] Manual GLX EXPLORER de PASCO (2015). (012-08950B).
- [4] George C. Canavos (2012). *Probabilidad y Estadística*.
- [5] Marcelo Alonso y Edward Finn (2003). *Física Mecánica*.
- [6] Valbuena D. S y Racedo N. F (2009). *Física Mecánica*. Educosta.

Para citar este artículo: Eder ALFARO et all., 2015, "Determinación de los valores de la velocidad y aceleración, utilizando el método de los mínimos cuadrados a partir de datos obtenidos del GLX XPLORER del laboratorio de la Universidad de la Guajira".

Disponible en Revistas y publicaciones de la Universidad del Atlántico en:

<http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA>.