Facultad de Ciencias Básicas
©Programa de Matemáticas
Vol 2. No 1 (2015)

Revista del programa del matemáticas (2015) Pag. 1-10

Sobre el acotamiento del operador de composición con peso en un subespacio del espacio de Orlicz-Lorentz $\lambda_{\varphi,w}$

On the shoulder of the operator weight composition with a subspace of the Orlicz-Lorentz space $\lambda_{\varphi,w}$

Rainier SÁNCHEZ[1]
[1] *Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre, Departamento de Electricidad, Cumaná, estado Sucre, Venezuela*
e-mail: rainiersan76@gmail.com

Eduard TROUSSELOT.[2]
[2] *Universidad de Oriente, Departamento de Matemáticas, Cumaná, estado Sucre, Venezuela*
e-mail: eddycharles2007@gmail.com

Recibido:28/05/2015 - Aceptado:28/06/2015

Resumen

En este trabajo se caracteriza el acotamiento del operador de composición con peso en el espacio de Orlicz-Lorentz $\Lambda_{\varphi,w}$.

Palabras claves: Función de Distribución, Reordenamiento, Espacio de Orlicz-Lorentz, Operador de Composición, Funciones de Young..

Abstract

In this paper we characterize the boundedness of the weighted composition operators on Orlicz-Lorentz spaces $\Lambda_{\varphi,w}$.

Keywords: Distribution Function, Rearrangement, Orlicz-Lorentz spaces, Composition Operators, Young Functions.

1. Introducción

Sean $(X, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida σ-finito y $\mathcal{F}(X, \mathcal{A})$ el conjunto de todas las funciones con valores complejos $\mathcal{A}$-medibles sobre X. Sea $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$. Para $\lambda \geq 0$,se define la función distribución f, denotada D_f, por

$$D_f(\lambda) = \mu\left\{x \in X : |f(x)| > \lambda\right\}$$

Para $t \geq 0$, se define el reordenamiento decreciente de f, denotado f^*, por

$$f^*(t) = \text{ínf}\left\{\lambda > 0 : D_f(\lambda) \leq t\right\}$$

en donde $\text{ínf}\, \varnothing = +\infty$.

D_f y f^* son funciones no-negativas y decrecientes. Si D_f es continua y estrictamente decreciente, entonces f^* es la función inversa de D_f. La propiedad más importante de f^* es que tiene la misma función distribución que f. De ahí se obtiene, ver [6], que

$$\left(\int_X |f(x)|^p \, d\mu\right)^{\frac{1}{p}} = \left(\int_0^\infty [f^*(t)]^p \, dt\right)^{\frac{1}{p}}.$$

Para $t > 0$, la función maximal f^{**} se define por:

$$f^{**}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f^*(s)ds.$$

Una función medible y localmente integrable $w : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ se llama peso y una función convexa $\Phi : \mathbb{R} \longrightarrow \overline{\mathbb{R}}^+$ que satisface las siguientes condiciones:

i) $\Phi(-x) = \Phi(x)$,

ii) $\Phi(0) = 0$,

iii) $\lim\limits_{x\to\infty} \Phi(x) = +\infty$,

es llamada función de Young.

Sean φ una función de Young y w un peso. Se define el espacio de Orlicz-Lorentz con peso w como sigue

$$L_{\varphi,w} = \left\{ f : X \longrightarrow \mathbb{C} \text{ medible} : \int_0^\infty \varphi\left(\alpha f^*(t)\right) w(t)dt < \infty, \text{ para algún } \alpha > 0 \right\}.$$

Los espacios de Orlicz-Lorentz son una generalización de los espacios de Lebesgue L_p, ya que si $\varphi(x) = x^p$ $(p \geq 1)$ y $w(t) \equiv 1$ se tiene que$L_{x^p,1} = L_p$.

Sean φ una función de Young y w un peso, Se define el espacio $\Lambda_{\varphi,w}$ como sigue

$$\Lambda_{\varphi,w} = \left\{ f : X \longrightarrow \mathbb{C} \text{ medible} : \int_0^\infty \varphi\left(\alpha f^{**}(t)\right) w(t)dt < \infty, \text{ para algún } \alpha > 0 \right\}.$$

Para $f \in \mathcal{F}(X, \mathcal{A})$ definimos la norma de de Luxemburg$\|\cdot\|_{\Lambda_{\varphi,w}}$ $\mathcal{F}(X,\mathcal{A}) \to [0,\infty)$ por

$$\|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}} \quad = \quad \text{ínf}\left\{\varepsilon > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{f^{**}(t)}{\varepsilon}\right) w(t)dt \leq 1\right\}.$$

Como $f^* \leq f^{**}$, si $\alpha > 0$ se obtiene que

$$\int_0^\infty \varphi\left(\alpha f^*(t)\right) w(t)dt \leq \int_0^\infty \varphi\left(\alpha f^{**}(t)\right) w(t)dt$$

lo que implica que $\mathit{\Lambda}_{\varphi,w} \subseteq L_{\varphi,w}$. Además, $\Lambda_{\varphi,w}$ es un espacio de Banach con la normade de Luxemburg.

Sea $(X, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida $\sigma-$finito, $T : X \to X$ una transformación medible $\left(T^{-1}(A) \in \mathcal{A}\right.$ para cada $\left.A \in \mathcal{A}\right)$ y no singular (es decir, $\mu\left(T^{-1}(A)\right) = 0$ para todo $A \in \mathcal{A}$ tal que $\mu(A) = 0$, lo que quiere decir que μT^{-1} es absolutamente continua respecto a μ $\left(\mu T^{-1} \ll \mu\right)$) y $u : X \to \mathbb{C}$ una función medible. Se define la transformación lineal $W_{u,T}$ como sigue:

$$\begin{array}{rcl} W_{u,T} : \mathcal{F}(X, \mathcal{A}) & \to & \mathcal{F}(X, \mathcal{A}) \\ f & \mapsto & W_{u,T}(f) = u \circ T{\cdot}f \circ T, \end{array}$$

donde

$$\begin{array}{rcl} W_{u,T}(f) : X & \to & \mathbb{C} \\ x & \mapsto & \left(W_{u,T}(f)\right)(x) = u\left(T(x)\right) \cdot f\left(T(x)\right). \end{array}$$

Si el operador $W_{u,T}$ es acotado y con rango en $\Lambda_{\varphi,w}$ entonces recibe el nombre de operador de composición con peso en $\Lambda_{\varphi,w}$, (el operador de composición con peso se define por $u{\cdot}f \circ T$). El operador de composición con peso fue estudiado en [3] y el operador de composición con peso fue estudiado en [4], [9], [10] y [13]. Si $u = 1$, entonces $W_{u,T} = C_T : f \to f \circ T$ es llamado operador de composición inducido por T, el cual ha sido estudiado en diferentes espacios, tales como [1], [2], [6], [11], [12], [14] y [15]. Si $T = I_X$, identidad en X, entonces $W_{u,T} = M_u : f \to u{\cdot}f$ es el operador multiplicación inducido por u, el cual fue estudiado en [2], [5] y [8]. En este trabajo se caracterizan el acotamiento del operador $W_{u,T}$ en el espacio $\Lambda_{\varphi,w}$.

2. Acotamiento

Sea $(X, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida $\sigma-$finito y $u : X \to \mathbb{C}$ una función medible. Supongamos que $T : X \to X$ es una transformación medible no singular tal que la derivada de Radon-Nikodym $f_T = \frac{d\left(\mu T^{-1}\right)}{d\mu}$ esta en $L_\infty(\mu)$. Entonces

$$W_{u,T} : f \mapsto W_{u,T}f = W_{u,T}(f) = u \circ T{\cdot}f \circ T$$

es acotado en $\Lambda_{\varphi,w}$ si $u \in L_\infty(\mu)$ y $\|f_T\|_\infty = b \leq 1$.

Además, $\|W_{u,T}\| \leq \|u\|_\infty$.

Demostración. Sea $W_{u,T}(f) = u \circ T \cdot f \circ T$, entonces para $f \in \Lambda_{\varphi,w}$ se tiene que

$$\begin{aligned} D_{W_{u,T}f}(s) &= \mu\{x \in X : |(u \circ T)(x) \cdot (f \circ T)(x)| > s\} \\ &= \mu\{x \in X : |u(T(x)) \cdot f(T(x))| > s\}. \end{aligned}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} x_0 \in \{x \in X : |u(T(x)) \cdot f(T(x))| > s\} &\iff |u(T(x_0)) \cdot f(T(x_0))| > s \\ &\iff |u(y_0) \cdot f(y_0)| > s, y_0 = T(x_0) \\ &\iff y_0 = T(x_0) \in \{x \in X : |u(x) \cdot f(x)| > s\} \\ &\iff x_0 \in T^{-1}\{x \in X : |(u \cdot f)(x)| > s\} \end{aligned}$$

Entonces

$$\{x \in X : |u(T(x)) \cdot f(T(x)) > s|\} = T^{-1}\{x \in X : |(u \cdot f)(x)| > s\}.$$

Así,

$$\begin{aligned} D_{W_{u,T}f}(s) &= \mu\{x \in X : |u(T(x)) \cdot f(T(x))| > s\} \\ &= \mu T^{-1}\{x \in X : |(u \cdot f)(x)| > s\}. \end{aligned} \tag{1}$$

Luego, como $|u(x)| \leq \|u\|_\infty$, para todo x, se tendra en particular que

$$\begin{aligned} x_0 \in \{x \in X : \|u\|_\infty |f(x)| > s\}^c &\Rightarrow \|u\|_\infty |f(x_0)| \leq s \\ &\Rightarrow |u(x_0)| |f(x_0)| \leq s \\ &\Rightarrow x_0 \in \{x \in X : |u(x_0)| |f(x_0)| > s\}^c, \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\{x \in X : |u(x)| |f(x)| > s\} \subset \{x \in X : \|u\|_\infty |f(x)| > s\},$$

lo que implica que

$$\mu T^{-1}\{x \in X : |u(x)| |f(x)| > s\} \quad \leq \quad \mu T^{-1}\{x \in X : \|u\|_\infty |f(x)| > s\}.$$

Así,

$$D_{W_{u,T}f}(s) \quad \leq \quad \mu T^{-1}\{x \in X : \|u\|_\infty |f(x)| > s\}.$$

Sea $E = \{x \in X : \|u\|_\infty |f(x)| > s\} \subset X$. Como $f_T = \frac{d(\mu T^{-1})}{d\mu} \in L_\infty(\mu)$, se tiene que $|f_T| \leq \|f_T\|_\infty$.

Debido a que $f_T = \frac{d(\mu T^{-1})}{d\mu}$ es una derivada de Radon-Nikodym se tiene que

$$\begin{aligned}
\mu T^{-1}(E) &= \int_E \frac{d(\mu T^{-1})}{d\mu} d\mu \\
&= \int_E f_T d\mu \\
&\leq \int_E \|f_T\|_\infty d\mu \\
&= \|f_T\|_\infty \mu(E) = b\mu(E),
\end{aligned}$$

es decir,

$$\mu T^{-1}(E) \leq b\mu(E) \leq \mu(E). \tag{2}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned}
D_{W_{u,T}f}(s) &\leq \mu T^{-1}\{x \in X : \|u\|_\infty |f(x)| > s\} \\
&\leq \mu\{x \in X : \|u\|_\infty |f(x)| > s\} \\
&= D_{\|u\|_\infty f}(s) \\
&= D_f\left(\frac{s}{\|u\|_\infty}\right)
\end{aligned}$$

Luego, para cualquier $t \geq 0$ se tiene que

$$D_{W_{u,T}f}(s) \leq D_f\left(\frac{s}{\|u\|_\infty}\right) \quad \Rightarrow \quad \left\{s > 0 : D_f\left(\frac{s}{\|u\|_\infty}\right) \leq t\right\} \subset \left\{s > 0 : D_{W_{u,T}f}(s) \leq t\right\}$$

Lo que implica que

$$\begin{aligned}
& \inf\left\{s > 0 : D_{W_{u,T}f}(s) \leq t\right\} \\
\leq\ & \inf\left\{s > 0 : D_f\left(\frac{s}{\|u\|_\infty}\right) \leq t\right\},\ r = \frac{s}{\|u\|_\infty} \\
=\ & \inf\{\|u\|_\infty r > 0 : D_f(r) \leq t\} \\
=\ & \|u\|_\infty \inf\{r > 0 : D_f(r) \leq t\} \\
=\ & \|u\|_\infty f^*(t).
\end{aligned}$$

Es decir,

$$(W_{u,T}f)^*(t) \quad \leq \quad \|u\|_\infty f^*(t) \ \forall t > 0.$$

Por tanto,

$$\begin{aligned}\left(W_{u,T}f\right)^{**}(t) &= \frac{1}{t}\int_0^t \left(W_{u,T}f\right)^{*}(s)ds\\ &\leq \frac{1}{t}\int_0^t \|u\|_\infty f^{*}(s)\,ds\\ &= \|u\|_\infty f^{**}(t)\,.\end{aligned}$$

Es consecuencia

$$\left(W_{u,T}f\right)^{**}(t) \quad \leq \quad \|u\|_\infty f^{**}(t)\,.$$

Dividiendo por $\|u\|_\infty \|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}$ resulta que

$$\frac{\left(W_{u,T}f\right)^{**}(t)}{\|u\|_\infty \|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}} \quad \leq \quad \frac{\|u\|_\infty f^{**}(t)}{\|u\|_\infty \|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}} = \frac{f^{**}(t)}{\|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}}.$$

Lo que implica que

$$\int_0^\infty \varphi\left(\frac{\left(W_{u,T}f\right)^{**}(t)}{\|u\|_\infty \|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}}\right)w(t)dt \quad \leq \quad \int_0^\infty \varphi\left(\frac{f^{**}(t)}{\|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}}\right)w(t)dt \leq 1,$$

por lo cual $W_{u,T} \in \Lambda_{\varphi,w}$.

Luego, si $\varepsilon > 0$ se tiene que

$$\textstyle\int_0^\infty \varphi\left(\frac{\left(W_{u,T}f\right)^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt \leq \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\|u\|_\infty f^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt$$

asi,

$$\int_0^\infty \varphi\left(\frac{\|u\|_\infty f^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt \leq 1 \Longrightarrow \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\left(W_{u,T}f\right)^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt \leq 1$$

y por lo tanto

$$\begin{aligned} &\left\{\varepsilon > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\|u\|_\infty f^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt \leq 1\right\}\\ \subset \quad &\left\{\varepsilon > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\left(W_{u,T}f\right)^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt \leq 1\right\}\end{aligned}$$

De donde sigue que

$$\begin{aligned} & \text{ínf}\left\{\varepsilon > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{(W_{u,T}f)^{**}(t)}{\varepsilon}\right) w(t)dt \leq 1\right\} \\ \leq\ & \text{ínf}\left\{\varepsilon > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\|u\|_\infty f^{**}(t)}{\varepsilon}\right) w(t)dt \leq 1\right\}, \end{aligned}$$

Lo que implica que

$$\begin{aligned} \|W_{u,T}f\|_{\Lambda_{\varphi,w}} &= \text{ínf}\left\{\varepsilon > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{(W_{u,T}f)^{**}(t)}{\varepsilon}\right) w(t)dt \leq 1\right\} \\ &\leq \text{ínf}\left\{\varepsilon > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\|u\|_\infty f^{**}(t)}{\varepsilon}\right) w(t)dt \leq 1\right\} \\ &= \text{ínf}\left\{\tilde{\varepsilon}\,\|u\|_\infty > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{f^{**}(t)}{\tilde{\varepsilon}}\right) w(t)dt \leq 1\right\}, \text{ con } \tilde{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\|u\|_\infty} \\ &= \|u\|_\infty \,\text{ínf}\left\{\tilde{\varepsilon} > 0 : \int_0^\infty \varphi\left(\frac{f^{**}(t)}{\tilde{\varepsilon}}\right) w(t)dt \leq 1\right\} \\ &= \|u\|_\infty \|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}. \end{aligned}$$

En consecuencia

$$\begin{aligned} \|W_{u,T}f\|_{\Lambda_{\varphi,w}} &\leq \|u\|_\infty \|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}},\ \forall f \in \Lambda_{\varphi,w} \\ \frac{\|W_{u,T}f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}}{\|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}} &\leq \|u\|_\infty,\ \forall f \in \Lambda_{\varphi,w},\ f \neq 0 \\ \|W_{u,T}\| = \sup_{f\neq 0}\frac{\|W_{u,T}f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}}{\|f\|_{\Lambda_{\varphi,w}}} &\leq \|u\|_\infty. \end{aligned}$$

Es decir, $W_{u,T}$ está acotado sobre $\Lambda_{\varphi,w}$.

□

Sea $(X, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida σ-finito, $u : X \to \mathbb{C}$ una función medible y $T : X \to X$ una transformación medible no singular tal que $T(A_\varepsilon) \subset A_\varepsilon$, para todo ε mayor que cero, en donde $A_\varepsilon = \{x \in X : |u(x)| > \varepsilon\}$. Si $W_{u,T}$ es acotado en $\Lambda_{\varphi,w}$, entonces $u \in L_\infty(\mu)$.

Demostración. Supongamos que $W_{u,T}$ es acotado en $\Lambda_{\varphi,w}$ y que $u \notin L_\infty(\mu)$. Sea $A_n = \{x \in X : |u(x)| > n\}$. Como $u \notin L_\infty(\mu)$, se tiene que $\mu(A_n) > 0\ \forall n \in \mathbb{N}$.

Además, $T(A_n) \subset A_n$, implica que $A_n \subset T^{-1}(A_n)$, y por lo tanto $\chi_{A_n} \leq \chi_{T^{-1}(A_n)}$.

Sea $s > 0$ y $x \in A_n$.

$$|\chi_{A_n}| > s \Rightarrow \left|\chi_{T^{-1}(A_n)}(x)\right| > s.$$

Como $x \in A_n$ y $T(x) \in A_n$, entonces $u(T(x)) > n$, y se tiene

$$\left|u(T(x))\, \chi_{T^{-1}(A_n)}(x)\right| > ns.$$

Es decir,

$$\begin{gathered}\{x\in X:|\chi_{A_n}(x)|>s\}\subset\left\{x\in X:\left|u(T(x))\chi_{T^{-1}(A_n)}(x)\right|>ns\right\}\\ \Downarrow\\ \mu\{x\in X:|\chi_{A_n}(x)|>s\}\leq\mu\left\{x\in X:\left|u(T(x))\chi_{T^{-1}(A_n)}(x)\right|>ns\right\}.\end{gathered}$$

Como

$$\chi_{T^{-1}(A_n)}(x)=\begin{cases}1 & si\ x\in T^{-1}(A_n)\\ 0 & si\ x\notin T^{-1}(A_n)\end{cases}=\begin{cases}1 & si\ T(x)\in A_n\\ 0 & si\ \ T(x)\notin A_n\end{cases}=\chi_{A_n}(T(x)),$$

se obtiene,

$$\mu\{x\in X:|\chi_{A_n}(x)|>s\}\leq\mu\left\{x\in X:\left|u(T(x))\chi_{T^{-1}(A_n)}(x)\right|>ns\right\}$$

es decir,

$$\mu\{x\in X:|\chi_{A_n}(x)|>s\}\leq\mu\{x\in X:(W_{u,T}\chi_{A_n})(x)>ns\}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned}D_{\chi_{A_n}}(s) &\leq D_{W_{u,T}(\chi_{A_n})}(ns),\\ D_{\chi_{A_n}}(s) &\leq D_{\frac{1}{n}W_{u,T}(\chi_{A_n})}(s).\end{aligned}$$

Lo que implica que

$$(W_{u,T}\chi_{A_n})^*(t)\quad\geq\quad n\,(\chi_{A_n})^*(t).$$

Además,

$$(W_{u,T}\chi_{A_n})^{**}(t)\quad\geq\quad \mathrm{n}\,(\chi_{A_n})^{**}(t)=(n\chi_{A_n})^{**}(t).$$

Luego, si $\varepsilon>0$ se tiene que

$$\int_0^\infty\varphi\left(\frac{(W_{u,T}\chi_{A_n})^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt\quad\geq\quad\int_0^\infty\varphi\left(\frac{(n\chi_{A_n})^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt$$

Así,

$$\begin{aligned}\|W_{u,T}\chi_{A_n}\|_{\Lambda_{\varphi,w}} &= \inf\left\{\varepsilon>0:\int_0^\infty \varphi\left(\frac{(W_{u,T}\chi_{A_n})^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt\le 1\right\}\\ &\ge \inf\left\{\varepsilon>0:\int_0^\infty \varphi\left(\frac{(n\chi_{A_n})^{**}(t)}{\varepsilon}\right)w(t)dt\le 1\right\}\\ &= \|n\chi_{A_n}\|_{\Lambda_{\varphi,w}}\\ &= n\,\|\chi_{A_n}\|_{\Lambda_{\varphi,w}}\,.\end{aligned}$$

Por lo tanto, dado $n\in\mathbb{N}$, existe $\chi_{A_n}\in\Lambda_{\varphi,w}$, tal que

$$\|W_{u,T}\chi_{A_n}\|_{\Lambda_{\varphi,w}} \quad\ge\quad n\,\|\chi_{A_n}\|_{\Lambda_{\varphi,w}}\,.$$

Lo que nos dice que $W_{u,T}$ no es acotado, lo cual es una contradicción con lo supuestoa, lo que implica que $u\in L_\infty(\mu)$. De los teoremas anteriores se obtiene el siguiente resultado, el cual constituye el resultado principal de nuestro trabajo.

Sea $(X,\mathcal{A},\mu)$ un espacio de medida σ-finito, $u:X\to\mathbb{C}$ una función medible. Supongamos que $T:X\to X$ una transformación medible no singular tal que la derivada de Radon-Nikodym $f_T=\frac{d(\mu T^{-1})}{d\mu}$ está en $L_\infty(\mu)$ con $0<\|f_T\|_\infty=b\le 1$ y además $T(A_\varepsilon)\subset A_\varepsilon$, para todo ε mayor que cero, donde $A_\varepsilon=\{x\in X:|u(x)|>\varepsilon\}$. Entonces $W_{u,T}$ es acotado en $\Lambda_{\varphi,w}$ y si y sólo si $u\in L_\infty(\mu)$.

Referencias

[1] S. C. Arora, G. Datt and S. Verma, Composition Operators on Lorentz Spaces, Bull. Aust. Math. Soc., 76 (2) (2007),205-214.

[2] S. C. Arora, G. Datt and S. Verma, Multiplication and Composition Operators on Orlicz-Lorentz Spaces, Int. J. Math. Analysis, 1 (25) (2007), 1227-1234.

[3] S. C. Arora, G. Datt and S. Verma, Weighted Composition Operators on Lorentz Spaces, Bull. Korean. Math. Soc., 44 (2007), No. 4, 701-708.

[4] S. C. Arora and S. Verma, Weighted Composition Operators on Sobolev-Lorentz Spaces, Int. J. Contemp. Math. Sciences, 6 (2011), No. 22, 1071- 1078..

[5] R. E. Castillo, R. León and E. Trousselot, Multiplication Operator on $L_{(p,q)}$ Spaces, Pan American Math. J. 19 (2009) No 1, 37-44.

[6] Y. Cui, H. Hudzik, R. Kumar and L. Maligranda, Composition Operators on Orlicz Spaces, J. Austral. Math. Soc. 76 (2004) No. 2, 189-206.

[7] R. Gupta and Kumar, Operators on Lorentz-Karamata Spaces, Int. Journal of Math. Analysis, Vol 4 (2010) No. 18, 873-880.

[8] H. Hudzik, R. Kumar and R. Kumar, Matrix Multiplication Operators on Banach Function Spaces, Proc. Indian Acad. Sci, Vol 116, (2006) No. 1, 71-81.

[9] M. R. Jabbarzadeh, Weighted Composition Operators between L^p- Spaces, Bull. Korean Math. Soc. 42 (2005) No 2, 369-378.

[10] M. R. Jabbarzadeh and E. Pourreza, A Note on Weighted Composition Operators on $L^p -$ Spaces, Bulletin of Iranian Math. Soc. Vol 29, (2003) No 1, 47-54.

[11] R. Kumar, Composition Operators on Orlicz Spaces, Integral Equations and Operator Theory, 29 (1997), 17-22.

[12] R. Kumar, Invertible Composition Operators on Banach Function Spaces, Math. Vesnik, 59 (2007), 97-111.

[13] R. Kumar, Weighted Composition Operators between two L^p-Spaces, Math. Vesnik, 61 (2009), 111-118.

[14] R. Kumar and R. Kumar, Compact Composition Operators on Lorentz Spaces, Math. Vesnik, 57 (2005), 109-112.

[15] R. Kumar and R. Kumar, CompositionOperators on Banach Function Spaces, Proc. of the Am. Math. Soc., Vol 133 (2005), No. 7, 2109-2118.

Para citar este articulo: Rainier SÁNCHEZ y Eduard TROUSSELOT, 2015, *"Sobre el acotamiento del operador de composición con peso en un subespacio del espacio de Orlicz-Lorentz* $\lambda_{\varphi,w}$*"*.
Disponible en Revistas y publicaciones de la Universidad del Atlántico en:
http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA.