Análisis del razonamiento geométrico de un estudiante de bachillerato cuando determina áreas de figuras geométricas

Leandro Estiven Meléndez-Reyes
lestivenmelendez@est.uniatlantico.edu.co
Universidad del Atlántico, Colombia
https://orcid.org/0009-0007-3967-5848

Wilson Danies Cantillo-Reyes
wdaniescantillo@mail.uniatlantico.edu.co
Universidad del Atlántico, Colombia
https://orcid.org/0009-0001-1878-163X

Camilo Andrés Rodríguez-Nieto
crodrigu79@cuc.edu.co
Universidad de la Costa, Colombia

Angela Nolfa Castro Inostroza
angela.castro@uss.cl
Universidad San Sebastián, Chile
https://orcid.org/0000-0002-1732-6520

RECIBIDO 26/08/2023 * ACEPTADO 05/11/2023

Resumen

Se analizó el razonamiento geométrico con base en los niveles de Van Hiele de estudiantes de bachillerato al resolver tareas sobre el área de figuras geométricas. La metodología fue cualitativa que implica cuatro fases: selección del participante, diseño de la actividad, entrevista semiestructurada y, ejecución del análisis de los datos. Los resultados muestran que el nivel 1 (reconocimiento) se activó cuando el estudiante identificó en un grupo de imágenes cosas cotidianas (parque, círculo, cuadros…). Se evidenciaron los niveles 2 y 3 (análisis y deducción informal, respectivamente) al expresar las características y propiedades de conceptos geométricos; y el nivel 4 (deducción formal) al aplicar dichos conceptos para resolver un problema sobre área y perímetro usando fórmulas y teoremas. En conclusión, se presenta un esbozo de la conexión entre la secuencia de las tareas y la emergencia de niveles de razonamiento geométrico que pueden usarse para diversas situaciones matemáticas o interdisciplinarias.

Palabras clave: Niveles de Van Hiele. Áreas. Razonamiento geométrico.

Analysis of the geometric reasoning of a high school student when determine areas of geometric figures

Abstract

Geometric reasoning was analyzed based on Van Hiele levels of high school students when solving tasks on the area of geometric figures. The methodology was qualitative, involving four phases: participant selection, activity design, semi-structured interview, and execution of data analysis. The results show that level 1 (recognition) was activated when the student identified everyday things in a group of images (park, circle, squares…). Levels 2 and 3 (informal analysis and deduction, respectively) were evident when expressing the characteristics and properties of geometric concepts; and level 4 (formal deduction) when applying these concepts to solve a problem about area and perimeter using formulas and theorems. In conclusion, an outline of the connection between the sequence of tasks and the emergence of levels of geometric reasoning that can be used for various mathematical or interdisciplinary situations is presented.

Keywords: Van Hiele levels. Areas. Geometric reasoning.

Análise do raciocínio geométrico de um aluno do ensino médio quando determina área de figuras geométricas

Resumo

O raciocínio geométrico foi analisado com base nos níveis de Van Hiele de estudantes do ensino médio na resolução de tarefas na área de figuras geométricas. A metodologia foi qualitativa, envolvendo quatro fases: seleção dos participantes, desenho das atividades, entrevista semiestruturada e execução da análise dos dados. Os resultados mostram que o nível 1 (reconhecimento) foi ativado quando o aluno identificou coisas do cotidiano em um grupo de imagens (parque, círculo, quadrados…). Os níveis 2 e 3 (análise informal e dedução, respectivamente) ficaram evidentes ao expressar as características e propriedades dos conceitos geométricos; e nível 4 (dedução formal) ao aplicar esses conceitos para resolver um problema de área e perímetro por meio de fórmulas e teoremas. Concluindo, é apresentado um esboço da ligação entre a sequência de tarefas e o surgimento de níveis de raciocínio geométrico que podem ser utilizados para diversas situações matemáticas ou interdisciplinares.

Palavras-chave: Níveis de Van Hiele. Áreas. raciocínio geométrico.

1. Introducción

La geometría desde su origen ha sido considerada como una rama de las matemáticas que cumple un rol fundamental en el desarrollo humano al poseer un vínculo con la comprensión del progreso de la sociedad y el entorno que nos rodea, incluyendo las diversas formas y modelos referidos a figuras geométricas (Falconí, 2021). Sin duda el pensamiento geométrico le ha brindado a la humanidad un mayor entendimiento del espacio que la rodea, permitiéndole no solo entender y explicar todas aquellas formas que percibe en el entorno a través de sus sentidos, sino también el poder crear o transformar las cosas dentro de ese mismo entorno (establecer diseños), evolucionando de forma natural conforme al desarrollo del ser humano y la expansión de su deseo por describir y construir su mundo (Vargas & Gamboa, 2013).

La relevancia del área geométrica también se evidencia en los currículos académicos de la educación colombiana, donde si bien autores como (Gómez Cedeño, 2011) expresan que en pruebas de carácter nacional del país como las SABER, se evidencian falencias en los diseños curriculares y el tiempo que estos abarcan para cubrir los temas propios del componente geométrico-métrico de las matemáticas; otros autores como el (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2004) destacan, que si bien, debido a su carácter abstracto, se han presentado dificultades en las instituciones educativas colombianas al momento de enseñar temáticas relacionadas al área de la geometría; esto no impide resaltar el potencial que posee el desarrollo del razonamiento geométrico en el contexto educativo, más aun con la implementación de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) donde investigaciones como la del autor (Theran, 2021) nos permiten comprender que los avances en el ejercicio de una enseñanza más didáctica que tome en consideración la aplicación de las tecnologías computacionales en el área matemática, puede facilitar el fomentar una enseñanza más visual de los conceptos geométricos, a favor de garantizar un desarrollo del pensamiento analítico y crítico, así como un desarrollo de su razonamiento geométrico y/o espacial a través del correcto aprendizaje en esta área de estudio.

Dentro de esos avances en el aspecto curricular se hace necesario poner en consideración la teoría del modelo de Van Hiele sobre los niveles del pensamiento geométrico, donde autores como (Barrera & Aarón, 2015) expresan de forma acertada, como la teoría permite explicar por qué los estudiantes muestran dificultades de comprensión en el área de la geométrica, y que elementos se pueden aportar para favorecer el desarrollo de los procesos cognitivos de alto nivel en pos de superar tales dificultades de comprensión.

Siendo que por medio de este tipo de investigaciones, se ponen en evidencia no solo la capacidad de adaptabilidad de la teoría con relación a la diversidad de temas que se pueden abarcar a nivel curricular en el área de la geometría; sino además, el impacto que tiene la aplicación del modelo en la práctica educativa; tal como demuestran investigaciones como las de (Roldán, 2019), (Chavarria, 2020) y (García & Raa, 2021), que reflejan la influencia que tiene la aplicación de los niveles de Van Hiele en los grados de adquisición y formación de las nociones básicas de figuras geométricas, implicando un desarrollo progresivo del razonamiento geométrico con temáticas relacionadas a los triángulos y los cuadriláteros en estudiantes de educación básica regular y estudiantes de sexto de primaria o la de la autora (Jara, 2020) que de manera magistral nos permite comprender, por medio del desarrollo de distintas actividades didácticas, el proceso de adaptación de los niveles de Van Hiele al concepto de los paralelogramos en estudiantes de primer año de secundaria.

Otras investigaciones exponen también la influencia de la aplicación de los niveles de Van Hiele en el proceso de enseñanza desde enfoques particulares, como la de los autores (Rosa de Jesús & Irizarry, 2021) que priorizan una visión más aplicada al dominio metodológico de del concepto de los niveles de Van Hiele en maestros de matemáticas acorde a su nivel escolar; o la del autores (Martínez & Vanegas, 2021) que emplea la teoría de los Niveles de Van Hiele desde el ámbito de la educación superior, para facilitar por medio de una secuencia didáctica, el entendimiento de algunos conceptos complejos de algebra lineal a un grupo de estudiante de ingeniería de la Universidad de Santiago de Chile.

Con todo lo anterior, es observable que existe una influencia favorable de los niveles de Van Hiele en el desarrollo de actividades didácticas durante el proceso de aprendizaje de los conceptos geométricos, la cual permite una mejor adquisición y aplicación del razonamiento geométrico en los estudiantes; esto a razón de que las actividades que emplean un enfoque didáctico y están acompañadas de representaciones visuales (con el uso de TICs o herramientas de enfoque tradicional), fomentan el interés y facilitan la comprensión de la actividad por parte de los estudiantes; y es que esta idea que se ve respaldada en investigaciones como las de los autores (Ferrada & Martínez, 2021), (Barrios, Meza, Vásquez, & Pinto, 2022) y (Collazos, González, & Monroy, 2023) que desarrollan en base al Modelo de Van Hiele, propuestas didácticas por medio del uso de softwares educativos, para la enseñanza de las temáticas claves y de cierta dificultad como la geometría euclidiana, la representación y descripción de objetos bidimensionales y el área y volumen de elementos como el cubos y paralelepípedos; o la de los autores (Fuentes, Portillo, & Robles, 2015), (Restrepo, 2022) y (Maguiña, 2013), que demuestra el cómo la implementación de propuestas didácticas durante el desarrollo de ciertos niveles de razonamiento de la teoría de Van Hiele, permiten a los estudiantes alcanzar mejoras palpables en la adquisición y aplicación de los conocimientos impartidos.

Adicionalmente, estas prácticas permiten brindarles a los estudiantes un abanico de posibilidades más amplios que les facilita un desarrollo integro de sus distintas facultades matemáticas con el fin de que cuenten con "herramientas para mejorar su calidad de vida y de la sociedad en conjunto" (Pérez, 2023), lo que se traduce en que para autores como (Hernandez, Merchán, & Rodríguez, 2022) en que una persona sea capaz de generar interacciones claves entre su entorno y los conceptos geométricos por medio de actividades cotidianas e incluso en contextos inesperados como en el caso de la pandemia de COVID-19 donde existen investigaciones como aquella que ejemplifica el potencial de la enseñanza de temas geométricos (como el cuadrilátero) en contextos alternativos por medio de herramientas didácticas en el desarrollo de clases virtuales (Herrera & Forero, 2022); estos aspectos adicionalmente se ven complementados en el hecho de que incluso sin conocimientos previos de temáticas geométricas, el Modelo de Van Hiele o una propuesta didáctica muy específica, los docentes y estudiantes son capaces de aplicar inconscientemente de forma indirecta estos conocimientos al desarrollar sus clases tal como se puede interpretar en investigaciones como las de los autores (Silva & Wall, 2021).

Y es que, por tal motivo, en este estudio se analiza de forma complementaria el impacto que tiene la implementación de un refuerzo visual (ilustraciones) en el desarrollo del razonamiento geométrico (propuesto por medio de los niveles de Van Hiele) durante la resolución de una actividad que implica determinar el área de figuras geométricas, por parte de un estudiante de bachillerato en la ciudad de Barranquilla, Colombia.

2. Marco Teórico

Para el desarrollo de la presente investigación se utilizaron como bases las herramientas teóricas brindadas por el Modelo de Van Hiele con sus respectivos niveles de razonamiento geométrico y sus fases del aprendizaje, así como el concepto de la palabra “ilustración” para reforzar el apartado clave de la investigación.

El Modelo de Van Hiele

Para la presente investigación se destaca la definición dada por los autores Gilberto y Ronny Gamboa, los cuales definen al Modelo de Van Hiele como “un modelo de enseñanza y aprendizaje que brinda la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico y pautas a seguir para fomentar la consecución de niveles más altos de razonamiento” (Vargas & Gamboa, 2013). Esto debido a que resulta un enfoque interesante al momento de resaltar las características particulares del modelo para determinar las diversas alternativas que existen para comprender conocimientos propios del área geométrica, y el cómo por medio de distintos niveles de aplicación progresivos a estos conocimientos se puede mejorar significativamente el desarrollo del razonamiento geométrico de un estudiante.

Los niveles de Van Hiele

Las siguientes descripciones se basan principalmente en lo mencionado por los autores (Fouz & de Donosti, 2005) y (Vargas & Gamboa, 2013), donde se destaca la numeración más comúnmente utilizada de los mismos y una descripción más adecuada acorde a los estándares curriculares modernos (manejados en Colombia); es por lo tanto que se considera que los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele son:

- **Nivel 1. Reconocimiento o visualización:** El cual consiste en la percepción y comprensión de las figuras por medio de descripciones meramente visuales de los mismos y sin emplear un lenguaje geométrico básico (es decir, asemejando lo percibido a elementos familiarices en el entorno para el estudiante) (Fouz & de Donosti, 2005) y (Vargas & Gamboa, 2013).

- **Nivel 2. Análisis.** Consiste en la descripción informal de los componentes de las figuras, pero solamente por medio de propiedades o características de los mismos, sin clasificación o estructuración de una definición (Fouz & de Donosti, 2005) y (Vargas & Gamboa, 2013).

- **Nivel 3. Deducción informal u orden.** Consiste en la descripción de figuras de manera formal, señalando las características esenciales que deben cumplir (implicando el entendimiento de las definiciones y su fundamento geométrico), permitiendo clasificar de forma lógica las figuras y establecer relaciones formales que permitan al estudiante realizar demostraciones; aunque que ello sin el debido entendimiento estructural de las mismas (lo que le impide al estudiante captar la naturaleza axiomática de la geometría) (Fouz & de Donosti, 2005) y (Vargas & Gamboa, 2013).

- **Nivel 4. Deducción formal.** Consiste en deducciones y demostraciones lógicas y formales para justificar las proposiciones planteadas, en el mismo se formaliza la comprensión y manejo de la naturaleza axiomática de la geometría con la intención de obtener un determinado resultado (Fouz & de Donosti, 2005) y (Vargas & Gamboa, 2013).

- **Nivel 5. Rigor.** Consiste en la capacidad de comprender y trabajar la geométrica de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, implicando alcanzar el mayor nivel de rigor matemático (normalmente se considera como una categoría aparte de las demás, debido a que se considera un nivel accesible solo para aquellos estudiantes universitarios con una capacidad y preparación destacable en el área de la geometría) (Fouz & de Donosti, 2005) y (Vargas & Gamboa, 2013).

Las fases del aprendizaje de Van Hiele

En concordancia con lo mencionado por la autora (Corberán, 1989) para el debido desarrollo de su modelo, los Van Hiele propusieron cinco fases del aprendizaje que tenían un carácter secuencial e implícito dentro de la aplicación y estudio de sus niveles, las cuales además, son consideradas como necesarias para el proceso de adquisición del razonamiento propio de cada nivel en el estudiante; estas fases (en concordancia con la descripción brindada por la autora) son:

- **Fase 1. Encuesta/Información:** La fase inicial en la cual el docente determina, por medio del dialogo y la observación, los conocimientos previos del estudiante sobre el concepto que se desea desarrollar en la clase y a su vez direcciona el estudio conforme a los datos adquiridos (Corberán, 1989).

- **Fase 2. Orientación dirigida.** Esta fase consiste en la exploración más detallada y progresiva del concepto expuesto por parte del estudiante, esto por medio de la exposición secuencial, clara y concisa de los cuestionamientos claves a tratar del concepto por parte del docente (Corberán, 1989).

- **Fase 3. Explicitación.** Tomando como base las experiencias previas, esta fase consiste en el intercambio de opiniones o dudas de los estudiantes con respecto a lo observado en las fases anteriores (siempre acorde al nivel de razonamiento en el que se ubique el estudiante); esto implica, además, la intervención mínima (dentro de lo posible) del profesor (Corberán, 1989).

- **Fase 4. Orientación libre.** En esta fase se le presente al estudiante tareas más complejas (en tanto implica la realización de varios puntos en una misma actividad, o presentar un ejercicio que puede concluirse por distintos procedimientos); lo anterior, con la intención de consolidar los conocimientos adquiridos durante todas las fases expuestas por medio de la aplicación en situaciones semejantes a las estudiadas previamente (Corberán, 1989).

- **Fase 5. Integración.** Como última fase, la misma consiste en una síntesis de todo el conocimiento adquirido a lo largo de la aplicación de todas las fases del aprendizaje, con la intención de que el estudiante revise y asimile el nuevo conocimiento construido a favor de poder avanzar a un nuevo nivel de razonamiento (Corberán, 1989).

¿Qué es una ilustración?

Para fines de la presenté investigación consideramos acertada la definición brindada por el Oxford English Dictionary (Diccionario de la Universidad de Oxford) el cual define la palabra ilustración como una “Fotografía, dibujo o lámina que se coloca en un texto o impreso para representar gráficamente lo expuesto, ejemplificarlo o hacer más atractivo el resultado”

(Oxford Languages, 2022), pues se considera ampliamente que la misma va acorde a la idea que se busca abordar con respecto al desarrollo de actividades geométricas apoyadas por representaciones visuales.

3. Metodología

La investigación se desarrolló con un enfoque cualitativo deductivo que tomó en consideración la descripción de las fases de aprendizaje de Van Hiele para el desarrollo del razonamiento geométrico por parte de un estudiante bachillerato, de una actividad con ilustraciones enfocada en la temática de las áreas de las figuras geométricas; ello con el fin de analizar la aplicación de los niveles de Van Hiele dentro del contexto de la actividad y el impacto de las ilustraciones en dicha aplicación. Lo anterior, conllevo a que la misma se llevara a cabo por medio de cuatro etapas que consistían en: **i)** Elaboración de una actividad que se ajustara a los conocimientos y el currículo de un estudiante de décimo grado de bachillerato, y permitiera la presencia de ilustraciones en cada uno de los puntos a desarrollar. **ii)** Selección de un participante que se ajustara a los estándares temáticos y curriculares especificados en la actividad. **iii)** Implementación de una entrevista semiestructurada para la documentación y relección de los datos. **iv)** Análisis temático de los datos adquiridos.

Participante y contexto

El participante de esta investigación es un estudiante de decimo (10) grado de una institución educativa de la ciudad de Barranquilla, Colombia. Él tiene 15 años de edad y se destaca en las asignaturas de química y castellano, se dedica al estudio y resalta su gusto por el deporte, los videojuegos y las series de televisión. Para los fines de la investigación, es importante destacar que para el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), los estudiantes de décimo grado ya cuentan con los conocimientos y habilidades necesarias para resolver problemas empleando representaciones, modelos y/o argumentos geométricos (aspectos necesarios para la resolución de ejercicios que impliquen determinar el área de figuras geométricas), tanto en un contexto matemático interdisciplinar (Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2006).

Recolección de los datos

Diseño de actividad

Para el diseño de la actividad se tomó en consideración los estándares curriculares definidos por él MEN, y se optó por enfocar la temática de la actividad en las áreas de las figuras geométricas. A su vez se elaboró una serie de diapositivas en Microsoft Power Point© que incluían cuatro tareas (tres en forma de preguntas y un ejercicio práctico de dos puntos) junto con un grupo de ilustraciones que se relacionaban a la temática a evaluar; cabe destacar que, en la última tarea (el ejercicio práctico) se garantizó el interés del participante, en este caso, con un escenario que implicará determinar el "área" a conquistar de determinadas figuras geométricas en un espacio (mapa) de carácter plano. Además, se tuvo en cuenta el diseño y promoción de tareas propuesto por Manjarrez-Calderón et al. (2023) para el desarrollo del razonamiento geométrico y análisis con el modelo de Van Hiele.

Entrevista semiestructurada

Para la recolección de los datos se decidió documentar la resolución de la actividad por parte del participante por medio de una entrevista semiestructurada (Cohen et al., 2018), debido a la versatilidad que esta permite a los entrevistadores durante el desarrollo de la actividad, llevada a cabo a través de la plataforma de conferencia virtual Google Meet, la cual fue debidamente documentada con el permiso del participante, donde se tomaron anotaciones del proceso de resolución de cada tarea de la actividad; todo ello soportado en imágenes que se encuentran expuestas más adelante en la presente investigación.

Análisis de los datos.

Para el análisis de los datos, se siguió el modelo de análisis temático (Braun & Clarke, 2006) el cual consta de seis fases y sostiene que para este tipo de investigaciones la aplicación del modelo permite a los investigadores la identificación y reporte óptimo de los patrones o temas, así como organizar y describir de forma detallada un conjunto de datos (ver Tabla 1).

Tabla 1. Análisis temático desarrollado

Fases	Descripción
1) Familiarización con los códigos	Transcripción, Organización y lectura de la entrevista (Ver el Punto 4. Resultados y discusión).
2) Códigos iniciales	Identificación de palabras o frases claves que sugieren un patrón o relación con algún concepto. Ejemplo: El participante empleando las palabras, área, circulo, conjunto, cuadrado, líneas, perímetro, etc. (Ver el Punto 4. Resultados y discusión).
3) Búsqueda de temas	Agrupación de códigos en base a características similares como pueden ser un concepto o patrón en común. Ejemplo: Las palabras claves determinadas en el participante pueden ser asociadas al área de la geometría y la matemática.
4) Revisión de temas	Revisión de los temas identificados a manera de triangulación entre los autores del estudio. Ejemplo: En este caso se evidencia una relación clara entre las respuestas del estudiante, el área geometría y los conceptos básicos evaluados en las descripciones dadas para cada uno de los Niveles de Razonamiento Geométrico de Van Hiele.
5) Definición de temas.	Asignación de un nombre a los temas de acuerdo con el concepto o semejanzas identificados. Ejemplo: En este caso los "Niveles de Razonamiento Geométrico de Van Hiele"
6) Reporte de resultados.	Presentación de los resultados de la investigación haciendo énfasis en los respetivos conceptos. Ejemplo: En este caso cada uno de los 4 niveles de Van Hiele identificados aplicados por el participante durante el desarrollo de la actividad (Ver el Punto 4. Resultados y discusión)

Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

4. Resultados

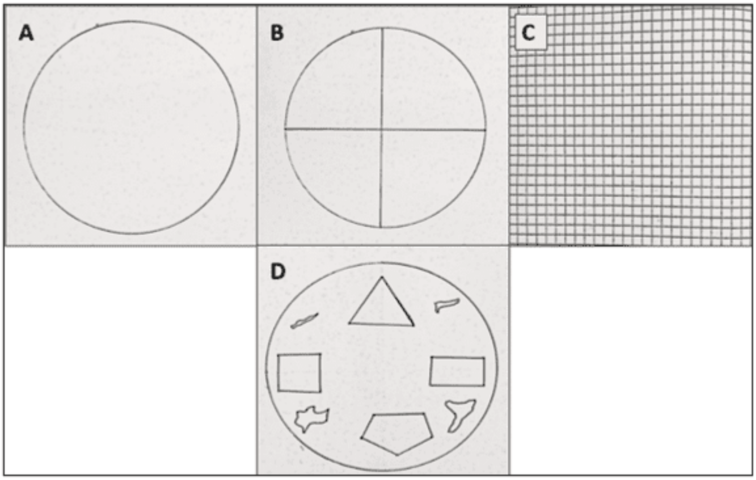
Los hallazgos de esta investigación giran en torno a la presentación de los Niveles de Van Hiele por los que transita un estudiante de bachillerato al momento de resolver las correspondientes tareas, durante la entrevista, en el desarrollo de una actividad que implica determinar el área de figuras geométricas con ilustraciones.

Niveles de Van Hiele en la tarea # 1

Durante el desarrollo de la primera tarea de la actividad (véase el **primer inciso (I)** del extracto de la entrevista), el participante evidencio su capacidad para relacionar las ilustraciones presentadas con conceptos familiares, con cierta influencia geométrica, debido a la naturaleza de las imágenes; mencionando figuras básicas como círculos, cuadros, rectángulos, etc. así como conceptos particulares como áreas y líneas; destacando que en la respuesta a la ilustración **"D"** (ver Figura 1) menciono ver un "... parque visto desde arriba", lo cual fue una respuesta interesante que denota su capacidad para relacionar figuras o conceptos abstractos a cosas cotidianas; siendo a partir de este punto que el participante se encontraba ubicado en el nivel 1, reconocimiento; al describir y relacionar figuras de carácter geométrico o matemático con conceptos básicos que le permitieran familiarizarse con la ilustración.

(I). Desarrollo del punto 1.
Punto 1. "¿Qué observas a primera instancia en las siguientes imágenes?" (Figura 1).

Figura 1. Ilustración para la resolución de los puntos del 1 al 3



Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

E1: "Entonces, ¿Qué es lo primero que ves en cada una de esas imágenes?".
P: "En la **A**, un círculo; en la **B**, como un área, ósea se divide en 4 pedazos; en la **C**, ósea como cuadros o líneas; y en la **D**, un triángulo, un cuadrado, un rectángulo, un pentágono".
E1: "¿Pero ¿cómo un global (con relación a la respuesta del punto **D**), a la imagen como la percibes?".
P: "Como un parque".
E1: "¿Ah, como un parque visto desde arriba?"
P: "Exacto".

Es importante destacar, que durante la realización de esta tarea, se evidencio que el participante se ubicó en el nivel 2, análisis; debido a que el tipo de ilustraciones le permitió relacionarlas más fácilmente a conceptos geométricos aplicando una descripción cotidiana o básica que caracteriza a uno de esos conceptos, en este caso, con su respuesta a la ilustración **"C"** (ver Figura 1) donde menciona que es un área porque "...se divide en 4 pedazos", siendo a sus palabras una característica que debe cumplir la ilustración para ser considerada como un área.

Niveles de Van Hiele en las tareas # 2 y # 3

En lo que respecta al desarrollo de la segunda y tercera tarea de la actividad (véase el **segundo inciso (II)** del extracto de la entrevista), las mismas fueron realizadas de forma breve, esto a razón de que para la segunda tarea mantuvo las mismas respuestas dadas en la primera tarea; aun así, evidencio una posición más sólida, durante el desarrollo de la tercera tarea, en su ubicación en el nivel 2, análisis; pasando a describir características básicas y cotidianas de todos los conceptos sobre todo en su respuesta a la ilustración **"D"** en la cual menciono que un conjunto se caracterizaba "porque tiene varias cosas, ósea en el mismo lugar; están juntas, como su nombre lo dice".

(II). Desarrollo de los puntos 2 y 3.
E1: "Entonces, con eso dicho podemos pasar al desarrollo del segundo y tercer punto.".

Punto 2. "¿Qué objetos o conceptos matemáticos observaste en las imágenes antes presentadas?"

Punto 3. "¿Qué Características hacen particulares para ti, a esos objetos o conceptos, que los diferencian de los demás?".

> E1: "Entonces, empezando por el punto 2, a ver" (Se aclara que el participante respondió tanto la pregunta dos como la 3 a la par).
> P: "Bueno, en **A,** es redondo".

E1: "¿Porque ves un círculo me imagino, entonces?".
P: "Exacto".
E1: "Y en la **B**, tu mencionaste que veías un área".
P: "Exacto, ósea un tipo de área".
E1: "Entonces, "¿qué características tomas del área?".
P: "Que se divide".
E1: "Bien, y en la **C**, que dijiste cuadros".
P: "Ósea, las líneas, las columnas, ósea de los cuadros".
E1: "Como la división la división que hay entre ellos (Entre los cuadros). Y por último en la **D,** ¿Qué observas tu como objeto matemático ahí?".
P: "Ósea veo, veo varias cosas en un mismo lugar, como un conjunto".
E1: "¿Y qué características consideras tu que lo hacen a un conjunto cualquiera?".
P: "Porque tiene varias cosas, ósea en el mismo lugar; están juntas, como su nombre lo dice".

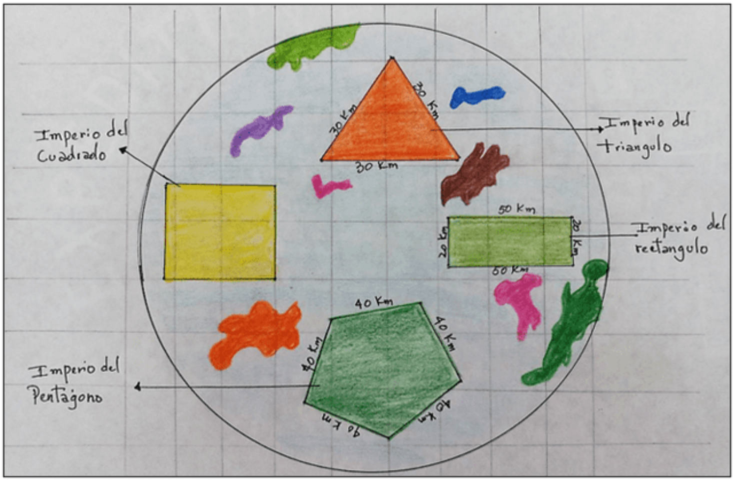
Por otra parte, si bien en respuestas como las de la ilustración **"A"** donde menciona que un círculo se caracteriza porque "<u>es redondo</u>" o de la ilustración **"B"** donde menciona que un área se caracteriza porque "…<u>se divide</u>", muestra estar ubicado en el nivel 3, deducción informal; al dar descripciones y propiedades esenciales que debe cumplir una figura para catalogarse de cierta forma (en este caso el circulo), la respuesta dada a partir de la ilustración **"C"** donde menciona que los cuadros se caracterizan por "<u>Ósea, las líneas, las columnas, ósea de los cuadros</u>" exponen una dificultad para la descripción más formal de las propiedades (algo que también se evidencia en su respuesta a la ilustración **"D"**), donde dichas propiedades no permiten clasificar de forma particular dichos conceptos, lo que implica una dificultad por parte del participante en la transición entre el manejo conceptual informal y formal de temáticas geométricas; y por consiguiente, un posicionamiento complicado en dicho nivel de razonamiento.

Niveles de Van Hiele en la tarea # 4

Después de resolver los puntos anteriores, se pasó a dar una breve explicación al participante con respecto al enunciado del cuarto punto de la actividad, el cual consta de un problema con más de un ejercicio (véase el **tercer inciso (III)** del extracto de la entrevista).

(III). Enunciado del punto 4.
E2: "Bueno, en la siguiente imagen tenemos una representación de una superficie plana, en la que se representa un planeta (ver Figura 2), en el que cada figura geométrica representa un imperio con sus respectivas medidas; entonces, teniendo en cuenta, la figura, se plantean los siguientes problemas".

Figura 2. Ilustración para el desarrollo del punto 4 de la actividad

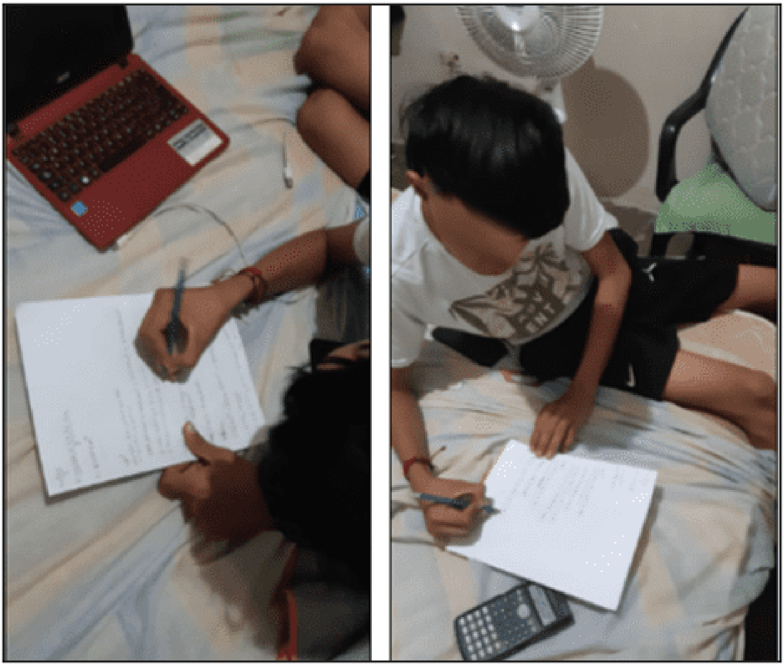


Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

E2: "Se nos establece el supuesto de que, en el mapa geométrico, el imperio cuadrado tiene la intención de conquistar toda la superficie circular, empezando por los otros 3 imperios más representativos (triangulo, rectángulo y pentágono); tomando en consideración las medidas dispuestas en el dibujo representativo, y con relación a los límites de cada uno de estos imperios, determine: **i)** el área total de la superficie que desea conquistar inicialmente el imperio cuadrado. **ii)** tomando en consideración el área inicial conquistada en el punto i, si sabemos que el área total de la superficie circular es de 8.500 km², y que el imperio cuadrado ocupa el 4,2% de esa área total, ¿Cuál es el valor del área restante de la superficie circular que le faltaría por conquistar al imperio cuadrado? Se asume que la superficie circular en cuestión es plana y no tridimensional. Y se recomienda explicar y justificar el procedimiento para la resolución del problema".

Posteriormente se le dio un tiempo de una hora al participante para resolver el ejercicio planteado (ver Figura 3).

Figura 3. Participante resolviendo el punto 4 de la actividad



Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

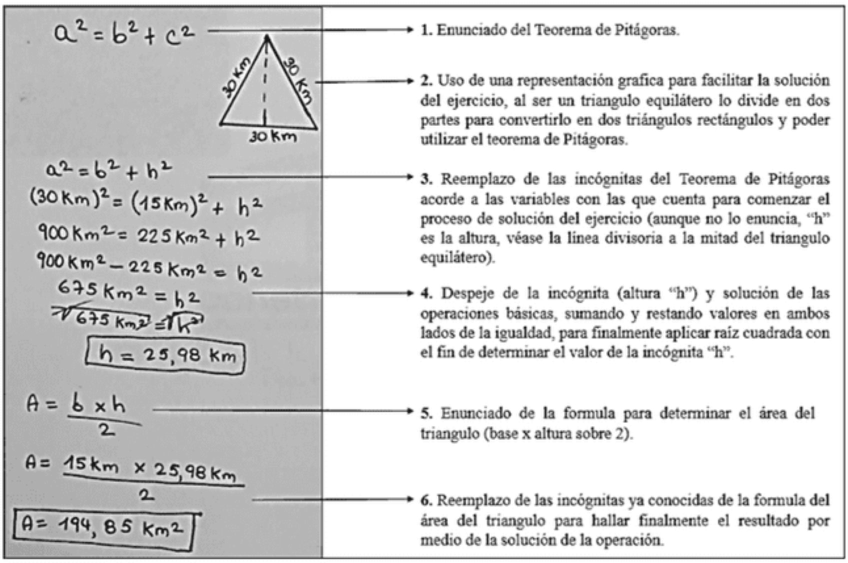
Después del tiempo establecido, se retomó la entrevista teniendo en posesión el material de trabajo escaneado, permitiéndole al participante explicar el proceso de resolución (Véase el **cuarto inciso (IV)** del extracto de la entrevista); notándose por parte del mismo un buen manejo de los componentes conceptuales de las fórmulas para determinar el área de las distintas figuras (e.g., lados, perímetro, altura, etc.) pero cierta dificultad para enunciar el uso de las fórmulas; demostrado una dualidad que lo ubica en el nivel 3, deducción informal; debido a que es capaz de realizar demostraciones pero sin el total entendimiento estructural de las mismas.

(IV). Explicación del participante para el desarrollo del punto 4

E2: "Bueno, a continuación, el estudiante va a explicar el procedimiento que aplico en la realización del ejercicio".

P: "Bueno, primero buenas tardes; Como se muestra en pantalla (ver Figura 4), tenía que hallar la altura del triángulo, bueno pues hice el procedimiento y aplique la formula... utilicé la fórmula del teorema de Pitágoras para poder solucionar el problema".

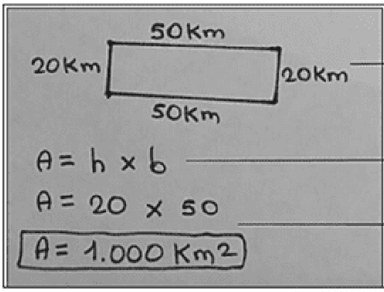
Figura 4. Solución del punto 4 [Parte 1]. Área del triángulo



Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

E2: “Para hallar la altura” (Intervención para corrección por parte del entrevistador).
P: “Eso, bueno. El resultado dio 675 kilómetros Cuadrados”.
E1: “¿25,93 km (error de visualización del entrevistador por la calidad de la imagen), será?; porque que está encerrado”
P: “Exacto, 25,98 km; bueno ahora, hallé también el área, multipliqué la base con la altura, y la dividí entre dos, eso medio un resultado de 194,85 kilómetros Cuadrados. También halle el área del rectángulo (ver Figura 5), hice el mismo procedimiento, multiplique... ¿Qué es esto? El lado”
E2: “La altura por la base” (aclarando al participante).

Figura 5. Solución del punto 4 [Parte 2]. Área del rectángulo

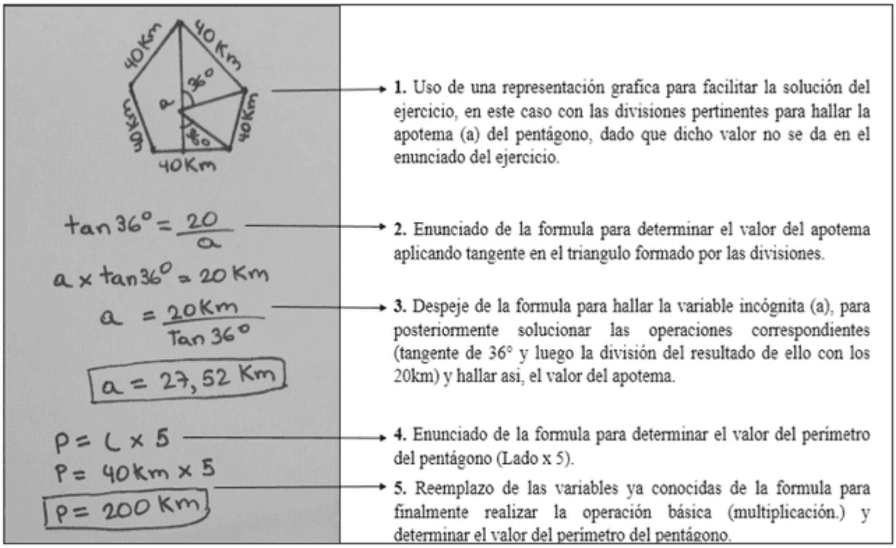


1. Uso de una representación grafica para facilitar la solución del ejercicio.
2. Enunciado de la formula para determinar el área del rectángulo (altura x base)
3. Reemplazo de las variables conocidas en la formula, y solución de la operación básica (multiplicación) para determinar el valor del área del rectángulo.

Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

P: “Exacto, multiplique la altura por la base; y eso me dio un resultado de 1.000 kilómetros Cuadrados”.
E1: “Faltaron ahí (en referencia a la parte de la multiplicación), las medidas del kilómetro (Km) pero está bien de todas maneras; ¿Y el pentágono entonces?”.
E2: “El pentágono como no tenía la apotema tenías que buscarla”.
P: “Exacto, como no tenía la apotema la tuve que encontrar, y también el ¿Cómo se llama?”.
E2: “El perímetro”.
P: “Y también el perímetro, como se ve ahí en pantalla (ver Figura 6) el perímetro hice lo mismo, multipliqué el lado por 5, que son los cinco lados del pentágono”.

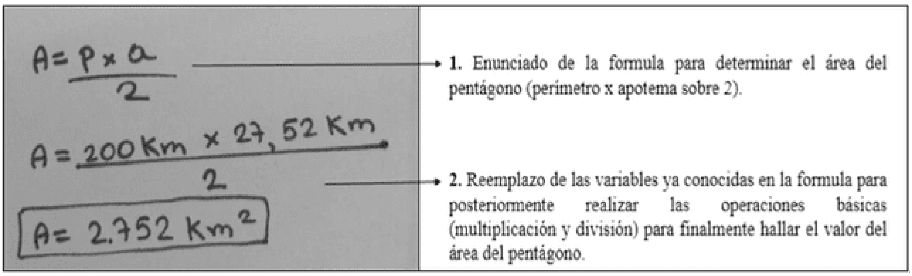
Figura 6. Solución del punto 4 [Parte 3]. Área del pentágono



Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

E1: ¿Y cómo hallaste la apotema?".
P: "Con tangente de la 36° igual a 20 sobre 9".
E1: "Entonces, ¿después calculaste el área?"
P: "Bueno, multipliqué el perímetro por la apotema sobre dos, y bueno hice el procedimiento y el resultado me dio 2.752 kilómetros Cuadrados" (ver Figura 7).

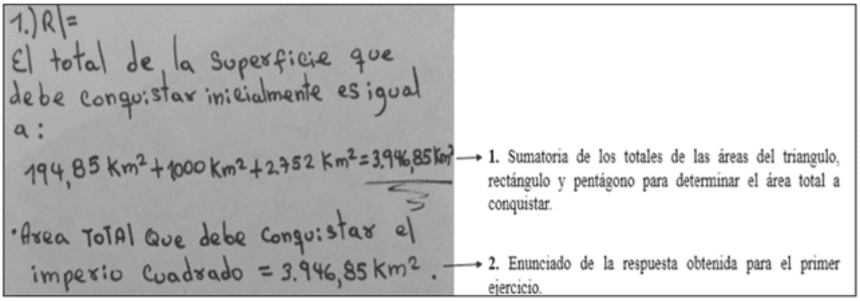
Figura 7. Solución del punto 4 [Parte 4]. Área del pentágono



Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

P: "Bueno, el área total de la superficie que desea conquistar es igual a 3.946,85 Kilómetros Cuadrados, ahí en pantalla se puede ver el procedimiento (ver Figura 8)".

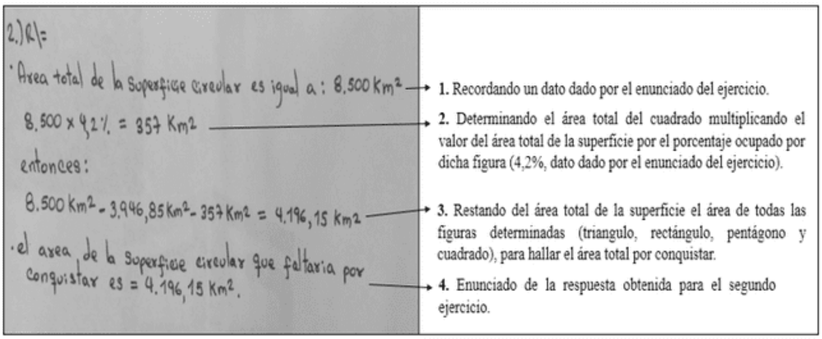
Figura 8: Solución del punto 4 [Parte 5]. Respuesta primer punto



Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

E2: "¿Lo hallaste sumando las áreas del triángulo, rectángulo y pentágono?".
P: "Bueno pasando a la otra, el área total de la superficie circular".
E1: "Espera, ¿qué ibas a comentar lo que hiciste como resultado en el primer punto?".
P: "Que sume el área del triángulo, el rectángulo y el pentágono, obvio".
P: "Y bueno, al final el área de la superficie circular que... Ósea, Perdón... El área de la superficie circula, que faltaría por conquistar es de 4.196,15 Kilómetros Cuadrados" (ver Figura 9).

Figura 9. Solución del punto 4 [Parte 6]. Respuesta segundo punto



Fuente: Elaborado por los autores, 2022.

> E1: "Pero, como se dice, ¿Cómo hiciste para realizar el procedimiento? ¿Qué paso Acá?".
> E2: "¿Hallaste el área del cuadrado y después le restaste todas las áreas?".
> P: "Ya si, bueno, hallé el área del cuadrado que eran 357 Kilómetros Cuadrados, y lo que hice fue restar los tres, ósea el triángulo, el rectángulo y el pentágono".
> E2: "¿Y?".
> P: "Y 8.500 Kilómetros Cuadrados".
> E1: "Ósea restar del área total, el área de lo que ya se había conquistado y la del mismo cuadrado; Okey; bueno, está bien hecho el ejercicio, el único detalle fue ese, que se escapó anotar la medida de kilómetros en la solución del área del rectángulo, pero del resto está muy bien".

Finalmente, si bien se evidencio nerviosismo por parte del participante al momento de explicar el proceso de resolución hasta este punto, en el mismo demuestra una comprensión y aplicación lógica básica de los procesos de razonamiento deductivos al momento de justificar su demostración, implicando superficialmente su ubicación en el Nivel 4 de Razonamiento de Van Hiele, deducción formal; con respecto al Nivel 5 de Razonamiento de Van Hiele, Rigor; debido a la naturaleza peculiar del mismo y al nivel educativo del estudiante participante no representa un nivel evaluado durante el desarrollo de la respectiva actividad.

Los resultados de esta investigación, nos permiten resaltar entonces, que los niveles de Van Hiele tienen una aplicación natural en el desarrollo de actividades geométricas pero que la presencia de ilustraciones facilita activamente al estudiante el poder dar una respuesta y comprender con mayor confianza un concepto básico de la geometría, aun si este presenta ciertas dificultades de transición típicas en el cambio de la contextualización informal a la formal acorde a la lógica geométrica; pues esta apoyo visual demuestra facilitar la aplicación del razonamiento geométrico en el cumplimiento de actividades que tomen en consideración los Niveles 1 y 2 del Razonamiento Geométrico de Van Hiele (reconocimiento y análisis, respectivamente), los cuales funcionan como base introductoria de los conceptos básicos y más complejos de razonamiento geométrico.

Esta investigación, además se complementa con lo estudiado por autores como (Fuentes, Portillo, & Robles, 2015) y (Maguiña, 2013) que dan catedra con respecto a los niveles de Van Hiele se puede aplicar a una diversidad particular de situaciones geométricas, y el cómo la implementación de una enseñanza didáctica en dichas situaciones, se relaciona directa o indirectamente, con la utilización de ilustraciones como soporte visual para el entendimiento de los estudiantes, esto con la intención de buscar de priorizar el interés del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje y combatir la percepción abstracta de los conceptos que generalmente presentan una mayor resiliencia de aprendizaje por parte de los mismos.

Conclusiones

Este artículo presenta una forma de crear tareas secuenciadas sobre geometría para explorar el razonamiento geométrico por medio del modelo de Van Hiele. Además, estas tareas se pueden desarrollar en otros contextos para determinar áreas de figuras planas relacionando distintos contextos de temáticas geométricas y que a su vez esta relación se puede ver favorablemente impactada por el uso soportes visuales (ilustraciones) que sean congruentes con el planteamiento de una actividad determinada; permitiendo a los estudiantes no solo comprender de forma más ágil el apartado básico de los conceptos geométricos (como características y propiedades que no requieran una aplicación considerablemente formal) sino que también el poder enunciar y aplicar, de forma particularmente estructurada o no, estas características y propiedades esenciales al momento de desarrollar una actividad (dependiendo de la complejidad de la misma y los conocimientos del estudiante al momento de realizarla), facilitando por lo tanto que los estudiantes apliquen y desarrollen de mejor forma las concepciones básicas de los niveles 1 y 2 de razonamiento geométrico y se sientan en una posición más cómoda para la aplicación práctica, por medio de ejercicios, de lo aprendido en el aula de clase.

Para futuras investigaciones se recomienda que se diseñen tareas siguiendo la secuencia planteada en esta investigación y su desarrollo metodológico, dado que es importante que en cada actividad se concentre en lograr un nivel determinado y en la actividad final se enfatice en la demostración, aplicación y conexiones entre niveles.

Referencias

Barrera, F., & Aarón, R. (2015). La teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento Geométrico. Pädi Boletín Científico De Ciencias Básicas E Ingenierías Del ICBI, 3(5). https://doi.org/10.29057/icbi.v3i5.554

Barrios, E., Meza, L., Vásquez, L., & Pinto, T. (2022). Fortalecimiento del Razonamiento Espacial Según el Modelo Van Hiele con la Aplicación de una Secuencia Didáctica del Software GeoGebra en Estudiantes de Grado Séptimo de la Institución Educativa Julio C. Miranda. Universidad de Cartagena, Facultad de Ciencias Sociales y Educación, Maestría en Recursos Digitales Aplicados a la Educación, San Antero. Recuperado el 5 de Agosto de 2023

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. Qualitative Research in Psychology, 3(2), 77-101. Recuperado el 8 de Abril de 2022, de https://uwe-repository.worktribe.com/output/1043060

Chavarria, N. (2020). Modelo Van Hiele y niveles de razonamiento geométrico de triángulos en estudiantes de Huancavelica. Investigación Valdizana, 14(2), 85-95. doi:https://doi.org/10.33554/riv.14.2.587

Collazos, A., González, Y., & Monroy, M. (2023). Desarrollo del pensamiento geométrico a través de una secuencia didáctica apoyada con el uso de la herramienta GeoGebra. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 7(1), 3433-3459. doi:https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4664

Corberán, R. (1989). Didáctica de la geometría: el modelo Van Hiele. Valencia: Universitat de València. Recuperado el 25 de Abril de 2022, de https://books.google.es/books?id=wD70IPysOsQC&printsec=copyright&hl=es&source=gbs_pub_info_r#v=onepage&q&f=false

Falconí, X. (2021). Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría. Revista científico-profesional, 6(3), 2261-2278. Recuperado el 30 de Mayo de 2022, de https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7926874

Ferrada, K., & Martínez, C. (Enero de 2021). Propuesta didáctica basada en el Modelo de Van Hiele para la enseñanza de área y volumen de cubos paralelepípedos utilizando el software geogebra para estudiantes de sexto año básico. Recuperado el 30 de Mayo de 2022, de Repositorio Bibliotecas UdeC: http://repositorio.udec.cl/handle/11594/4739

Fouz, F., & de Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un paseo por la geometría, 04-05.

Fuentes, N., Portillo, J., & Robles, J. (2015). Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje. Panorama, 9(16), 44-54.

García, C., & Raa, A. (2021). Razonamiento geométrico de van hiele y su influencia en el conocimiento de triángulos y cuadriláteros en estudiantes de 6° de primaria de una institución educativa del Distrito de Surco -2019. (U. C. XVI, Ed.) Recuperado el 30 de Mayo de 2022, de Repositorio Institucional de la Universidad Católica Trujillo: http://repositorio.uct.edu.pe/handle/123456789/1276

Gómez Cedeño, M. (2011). Pensamiento geométrico y métrico en las pruebas nacionales. Obtenido de Repositorio Universidad Nacional de Colombia: https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/10391

Hernandez, A., Merchán, M., & Rodríguez, A. (17 de Septiembre de 2022). Estrategia didáctica de diseño artístico para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial. I+D Revista de Investigaciones, 18(1), 58-75.

Herrera, J., & Forero, M. (2022). El razonamiento geométrico en la educación en línea de estudiantes de grados sexto y once fundamentado en el Modelo de Van Hiele. Monografía, Universidad Pedagógica Nacional, departamento de matemáticas, BOGOTÁ D.C. Recuperado el 5 de Agosto de 2023

Jara, L. (2020). Niveles de razonamiento según el modelo de Van Hiele que alcanzan los estudiantes del primer año de secundaria al abordar actividades sobre paralelogramos. ProQuest LLC.

Maguiña, A. (2013). Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el Modelo Van Hiele. VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (págs. 1719-1726). Montevideo: CIBEM.

Martínez, C., & Vanegas, C. (2021). Enseñar transformaciones lineales a partir del modelo de Van Hiele: una propuesta aplicada a estudiantes de ingeniería. Educação Matemática em Pesquisa: Perspectivas e Tendências, 3, 206-223. Recuperado el 30 de Mayo de 2022, de https://downloads.editoracientifica.org/articles/210303997.pdf

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Obtenido de Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales: https://redaprende.colombiaaprende.edu.co/recursos/colecciones/JZPWO3YPGHZ/50A1CZOD5QS/3494

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). Estándares Básicos de Competencias Estándares Básicos de Competenciasen Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Recuperado el 2 de Abril de 2022, de https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-116042.html

Oxford Languages. (2022). Ilustración. Recuperado el 24 de Mayo de 2022, de LEXICO: https://www.lexico.com/es/definicion/ilustracion

Pérez, H. (2023). Estilos de aprendizaje y los niveles de pensamiento. Con-Ciencia Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 3, 10(19), 33-36. Obtenido de https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa3/issue/archive

Restrepo, J. (2022). Análisis del proceso de aprendizaje de la proporcionalidad, la semejanza y la homotecia usando el modelo de Van Hiele, la visualización matemática y el software Geogebra. Tesis para optar al título de Magíster en Educación, UNIVERSIDAD

AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA, FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, HUMANIDADES Y ARTES, Bucaramanga. Recuperado el 5 de Agosto de 2023

Manjarrés-Calderón, A. L., Muñoz-Díaz, Y. J., Rodríguez-Nieto, C. A., Valencia-Chávez, I., & Bermejo-García, G. (2023). Razonamiento geométrico de un estudiante universitario activado al resolver problemas de congruencia contextualizados. Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática, 3(1), e202305-e202305.

Roldán, M. (2019). Análisis de los niveles de Van Hiele sobre cuadriláteros y triángulos en alumnos de sexto de primaria. Obtenido de Depósito de Investigación Universidad de Sevilla: https://idus.us.es/handle/11441/90536

Rosa de Jesús, P., & Irizarry, E. (2021). Niveles de razonamiento geométrico y dominio metodológico de acuerdo a la Teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas, según su nivel escolar. Revista Interamericana, XXXI(1-2), 72-96. Recuperado el 30 de Mayo de 2022, de http://www.sg.inter.edu/wp-content/uploads/Documentos/revista_Review/Revista_Review_Interamericana_Mayo_2021.pdf#page=73

Silva, V., & Wall, K. (2021). Conocimientos de los profesores de matemática sobre el modelo de Van Hiele en geometría de la región Ñuble. Universidad del Bío-Bío, Facultad de Educación y Humanidades - Pedagogía en Educación Matemática, Chillán. Recuperado el 5 de Agosto de 2023

Theran, E. (2021). Pensamiento geométrico, teoría de Van Hiele y tecnologías computacionales. CESTA, 2(1), 39-50. Recuperado el 30 de Mayo de 2022

Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, 74-94. Obtenido de https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762005.pdf